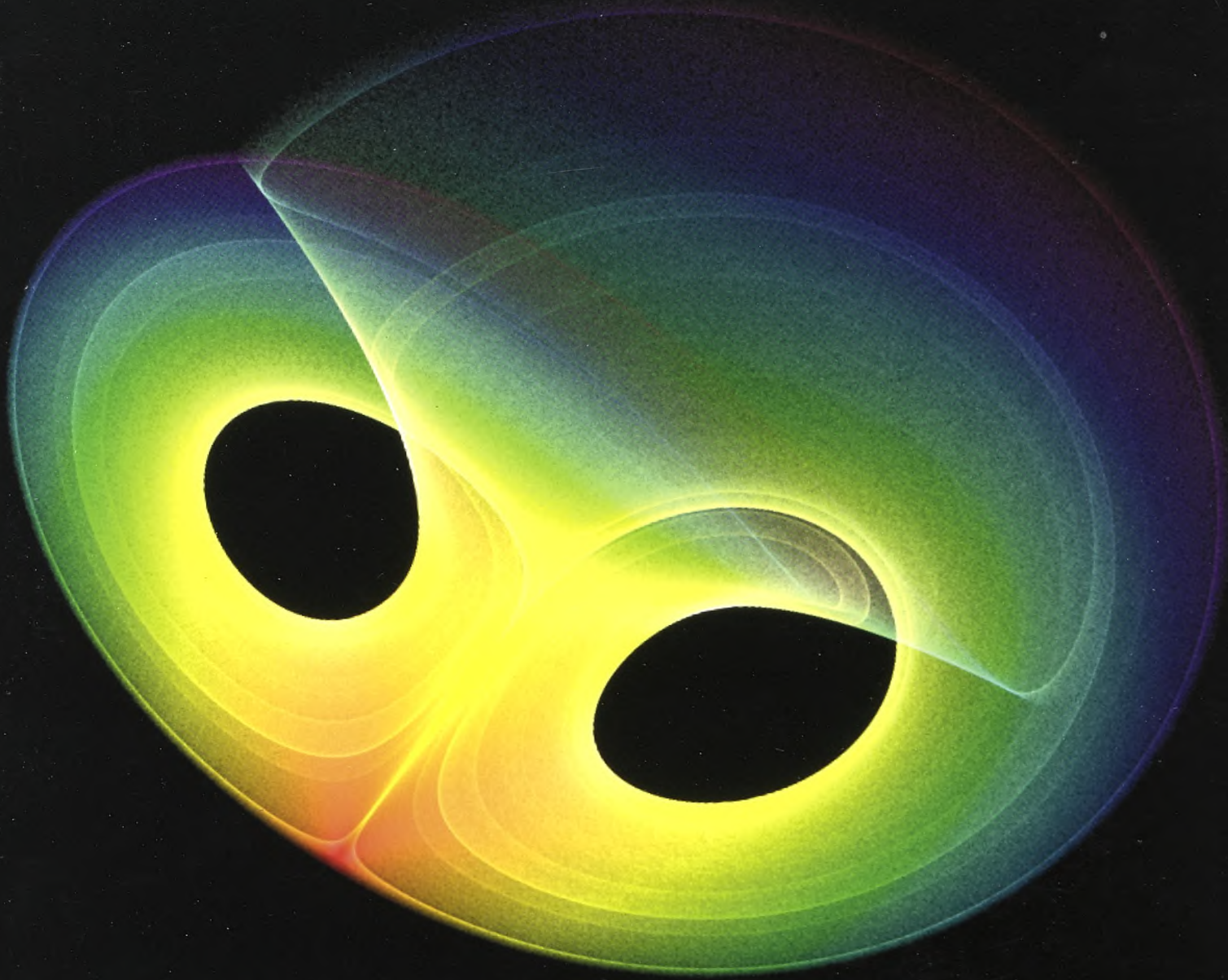
KVANT

December 2020 4

Tidsskrift for Fysik og Astronomi 31. årgang



STORT TEMANUMMER OM MATEMATIK I FYSIK OG FYSIK I MATEMATIK

- ØRSTEDS NORDLYS • NY ØRSTEDSANG •
- UNDERVISNING I ELEKTROMAGNETISME •
- ØRSTEDMEDALJE I GULD TIL CHARLES MARCUS •
- BREDDEOPGAVE • KVANT-NYHEDER • AKTUELLE BØGER •
- ØRSTEDS SAMMENTÆNKNING AF NATURVIDENSKAB OG SPROG •

Løssalgspris: 50 kr.

KVANT

Tidsskrift for Fysik og Astronomi

c/o DTU Space, Centrifugevej 356
DK-2800 Kgs. Lyngby

Hjemmeside : www.kvant.dk
E-mail : kvant@kvant.dk
Facebook : KVANT.fysiktidsskrift
ISSN (trykt) : 0905-8893
ISSN (web) : 2245-4942

Udgives af
Astronomisk Selskab
Dansk Fysisk Selskab
Dansk Geofysisk Forening
Selskabet for Naturlærens Udbredelse

Redaktion
Jens Olaf Pepke Pedersen (ansv. red.), DTU Space
Michael Cramer Andersen, Christianshavns Gymnasium
Christine Pepke Gunnarsson (nyhedsredaktør), DTU Health Technology
Steen Lærke (astro@kvant.dk), Astronomisk Selskab
John Rosendal Nielsen, Aurehøj Gymnasium
Dorte Olesen (SNU), DTU Compute
Finn Berg Rasmussen, Niels Bohr Institutet, KU
Svend Erik Rugh
Julie Søgård (Facebookredaktør og AS)
Sarah Pepke Pedersen (korrektur)

Abonnementspris : 180 kr./år.
Kvant udkommer 4 gange årligt og er medlemsblad for de udgivende selskaber. Abonnement tegnes på www.kvant.dk. Øvrige henvendelser vedr. abonnement til Christine Pepke Gunnarsson: christine@kvant.dk (tlf. 27 51 01 76).

Annoncepriser
1/1 side: 3600 kr., 1/2 side: 2300 kr.
1/4 side: 1600 kr.
Priserne er excl. moms og for reproklart materiale i farver. Henvendelser om annoncer til redaktøren på: kvant@kvant.dk

Tryk
Vestergaards Bogtrykkeri A/S.
Oplag: 2.500.

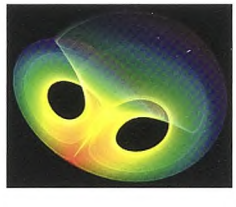
SVANEMÆRKET
Tryksag
5041 0826

Produktionsplan
Nr. 1-2021 udkommer ca. 15. marts
Nr. 2-2021 udkommer ca. 15. juni
Deadline for mindre bidrag og annoncer er ca. en måned før, længere artikler skal modtages to måneder før.

Indhold:

Matematikkens urimelige effektivitet
Jens Olaf Pepke Pedersen 3
I Have Calculated It
Poul G. Hjorth 4
En videnskabelig duo: Matematikkens samspil med fysik 1809–1950
Jesper Lützen 7
Generalforsamling i SNU 10
Kroppen i naturen: Embodyment og matematikkens effektivitet i naturbeskrivelsen
Mikkel Willum Johansen 11
Topologisk kvantefeltteori – i krydsfeltet mellem matematik og fysik
Jørgen Ellegaard Andersen og William Elbæk Mistegård . . . 15
Kvantecomputere og grafteori
Ulrich Hoff, Jonas Schou Neergaard-Nielsen, Mikkel Vilsbøll Larsen og Ulrik Lund Andersen 21
Vand på Månen
Christine Pepke Gunnarsson 26
Inverse problemer
Klaus Mosegaard 27
"Han går ad rette stier"
Knud Pedersen og Bo Holten 31
H.C. Ørsteds nordlys
Kira Moss 33
Ørsteds sammentænkning af naturvidenskab og sprog
Lise Bostrup 38
Ørstedartikler i Kvant 41
3 × Ørsted
Dan Charly Christensen 42
Bordkalender 2021
John Rosendal Nielsen 44
En moderne tilgang til undervisning i elektromagnetisme
Samel Arslanagić 45
Nyt fra DFS 49
Planetkalender
Martin Götz 50
Varmehjælp til naboen – breddeopgave 89 med didaktisk kommentar
Jens Højgaard Jensen 51
Generalforsamlinger i SNU og DFS / Ørsted-øl 52
Kvant-nyheder
Christine Pepke Gunnarsson 53
Kommende foredrag 55
Ørstedmedalje i guld til Charles Marcus . . . . . Bagsiden

Billedet på forsiden viser en Lorenz-attraktor, som i kaosteori er en speciel geometrisk struktur, der blev opdaget i 1961 af E.N. Lorenz. Han opstillede en stærkt forenklet matematisk model for atmosfæren med kun tre tidsafhængige variable. Løsningerne beskriver kurver, der nærmer sig "attraktoren". Samtidig kan en lille ændring af begyndelsesbetingelserne give anledning til en betydelig ændring af kurvernes forløb. Lorenz kaldte fænomenet for "sommerfugleeffekten". Foto fra Wikipedia Commons.



Kvant udsendes gratis, i ét eksemplar, til alle gymnasier, seminarier og HTX-kurser i Danmark, på Færøerne og i Grønland med velvillig økonomisk støtte fra Niels Bohr Institutet (KU), Institut for Fysik og Astronomi (AU), Institut for Fysik, Kemi og Farmaci (SDU), Institut for Materialer og Produktion (AAU), DTU Fotonik, DTU Fysik samt Institut for Naturvidenskab og Miljø (RUC).

Matematikkens urimelige effektivitet

Den ungarsk-amerikanske fysiker Eugene Wigner modtog Nobelprisen i 1963, men han er nok mere kendt for et essay, han skrev nogle år tidligere med titlen "Matematikkens urimelige effektivitet i naturvidenskaben". Her kaldte han det ligefrem for et mirakel, at matematikkens sprog passer til at formulere fysikkens love, og at det er en vidunderlig gave, som vi hverken forstår eller fortjener.

Wigner underbyggede sin påstand med, at matematiske begreber ofte kan anvendes langt ud over den sammenhæng, hvori de i sin tid blev udviklet. Som eksempel nævnte han gravitationsloven, der oprindeligt blev udviklet til at beskrive frit faldende legemer på Jordens overflade, men som senere også kunne bruges til at beskrive planeternes bevægelse, hvor den "har vist sig at være nøjagtig ud over alle rimelige forventninger".

Et andet eksempel er kvantemekanikken, hvor Max Born bemærkede, at nogle beregningsregler, som Heisenberg var kommet frem til, formelt set var identiske med de regler for matrixregning, som matematikerne allerede havde udviklet langt tidligere. Selvom der ikke var nogen rationel årsag til, at det skulle virke, foreslog Born, Jordan og Heisenberg derefter, at man kunne erstatte position og impuls i ligningerne fra den klassiske mekanik med matricer. Alligevel viste det sig, at matrixregningen kunne bruges på kvantemekaniske systemer, hvor Heisenbergs beregningsregler ellers ikke gav mening. Det var bl.a. tilfældet for grundtilstanden i helium, hvor matrixberegningerne viste sig at passe med observationerne med en afvigelse på blot én del ud af ti millioner. Ifølge Wigner fik vi således noget ud af ligningerne, som vi ikke havde lagt ind i dem.

Forbindelsen mellem fysik og matematik er også temaet for dette nummer af Kvant, og vi er taknemmelige for, at en række forskere har været villige til at bidrage med spændende artikler. I artiklen på side 4 skriver Poul G. Hjorth således om Newtons berømte bog *Principia*, hvori Newton bruger sin nyudviklede differentialregning. Ifølge Hjorth er bogen et destillat af en erfaring, der udsprang fra det fysiske univers, og af samme årsag er det måske ikke så mirakuløst, at matematikken er så god til at beskrive fysiske fænomener, for matematikken er et sprog, som vi bruger til at forstå naturen med, men vi har lært det af naturen selv.

I artiklen på side 7 giver Jesper Lützen flere eksempler på, hvordan vekselvirkningen mellem matematik og fysik har beriget begge fag og ofte været afgørende for begge fags videre udvikling. Lützen finder heller ikke så mange mirakler, men snarere, at ufærdig matematik og ufærdig fysik mødes, og under en kompliceret proces beriger hinanden, så der til sidst opstår en tilfredsstillende matematisk beskrivelse af det fysiske fænomen.

Mikkel Willum Johansen beskæftiger sig i artiklen på side 11 også med spørgsmålet om, hvorfor matematikken er så effektivt et redskab til at beskrive den fysiske verden, og han diskuterer en forklaring, der tager udgangspunkt i menneskets biologi og i de kognitive teknikker, vi bruger til at håndtere omverdenen.

I artiklen på side 15 præsenterer Jørgen Ellegaard Andersen og William Elbæk Mistegård et eksempel på et nyere samspil mellem matematik og kvantefysik med udgangspunkt i moderne gaugeteori, nemlig den såkaldte topologiske kvantefeltteori. De viser, hvordan ideer fra fysikken leder til nye, dybe matematiske teorier, som både er interessante for matematikerne, og som bidrager til at formalisere dele af fysikken, som før manglede et præcist grundlag.

Et andet og nyt eksempel på samspillet mellem fysik og matematik beskriver Ulrich Hoff, Jonas Schou Neergaard-Nielsen, Mikkel Vilsbøll Larsen og Ulrik Lund Andersen i artiklen på side 21. Her er det grafteorien, der giver en bekvem beskrivelse af sammenfiltrede tilstande af lys, og som kan realiseres i laboratoriet og udnyttes som grundlag for en optisk kvantecomputer. Endelig beretter Klaus Mosegaard i artiklen på side 27 om begrænsningerne for, hvad den matematiske fysik kan lære os om strukturer og processer i naturen, når vi står over for inverse problemer. Opgaven er at beregne fysiske objekters indre struktur ud fra data, men hvor går grænsen for vores erkendelse gennem data, når inverse problemer ofte har mange løsninger, der forklarer måledata nøjagtig lige godt?

På Kvants redaktion har især Svend E. Rugh og Dorte Olesen arbejdet med et oplæg til temanummeret.

Med dette nummer af Kvant slutter vi også vores markering af 200-året for H.C. Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen. Vi startede allerede i slutningen af 2018 med en historisk artikel om elektromagnetismen af Laila Zwisler. Siden har vi udgivet et stort temanummer om de utroligt mange sider af H.C. Ørsteds virke samt et temanummer om Ørsted og enhedsteorier i fysikken. Derudover har vi udgivet artikler om jagten på et Ørstedrelief, om Ørstedsatellitten samt om Ørsted og enhederne.

I dette nummer er vi stolte over at kunne præsentere en ny hyldestsang til H.C. Ørsted, og på side 31 skriver forfatteren og komponisten om sangens tilblivelse. Kira Moss fortæller på side 33 om en hidtil ubemærket og usigneret artikel, "Nordlyset", fra 1840, som med stor sandsynlighed er skrevet af Ørsted, og på side 38 skriver Lise Bostrup om Ørsteds arbejde med at skabe en sammenhængende kemisk nomenklatur på dansk. Dan Charly Christensen anmelder tre nye bøger om Ørsted på side 42, og Samel Arslanagić skriver på side 45 om en moderne tilgang til undervisningen i elektromagnetisme.

Endelig bringer vi på bagsiden af dette nummer et portræt af Charles Marcus, som i sidste måned modtog Ørstedmedaljen i guld.

På side 41 har vi samlet en oversigt over de Ørstedartikler, der har været bragt i Kvant.

God læselyst – og glædelig jul!

Jens Olaf Pepke Pedersen

I Have Calculated It

Poul G. Hjorth, Institut for Matematik og Computer Science, DTU

> If religion is a system of beliefs containing unprovable truths, then not only is mathematics a religion, it is the only religion which is able to prove that it is one.
>
> – John Barrow (*Pi in the Sky* [1])

En aprildag i året 1684 rejste den unge engelske astronom Edmond Halley fra London til Cambridge for at tale med matematikeren Isaac Newton om himmellegemers bevægelser.

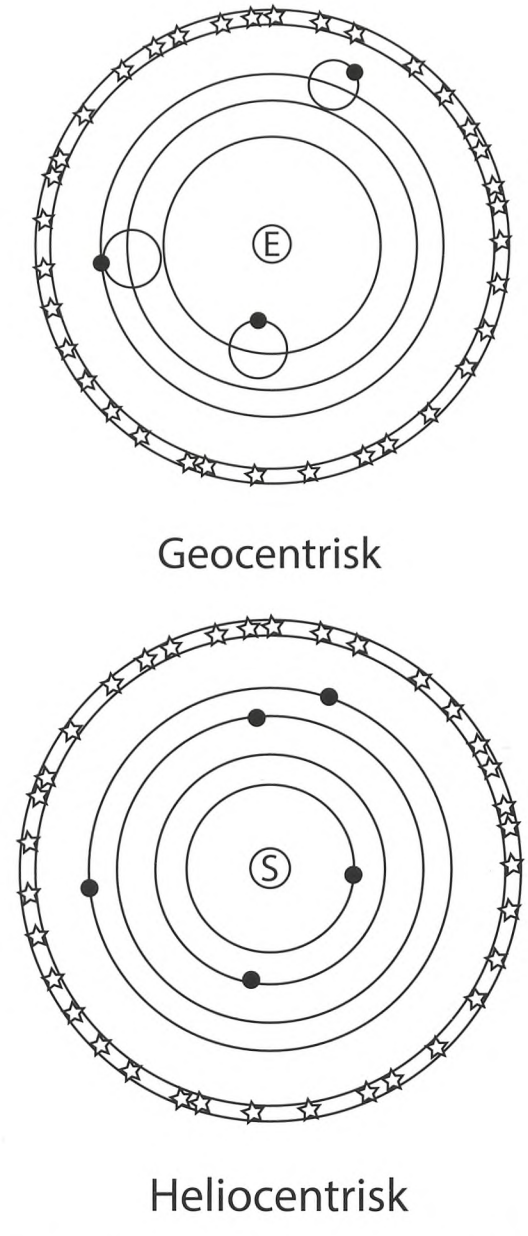
Newton var på det tidspunkt Lucasian Professor ved universitetet i Cambridge, og han var interesseret i mange forskellige emner. Som ung universitetsprofessor havde han i midten af 1660'erne stået bag et antal nyopdagelser i matematik, dels om uendelige rækker, dels om systematiske beskrivelser af rater og ændringer, beskrevet ved hjælp af grænseværdibetragtninger; teorien om *fluxoner*, som vi i dag kalder differentialregningen. Både differential- og integralregningens hovedsætning og mange andre dybe resultater blev påvist af Newton i denne periode.

Newtons interesser spændte uhyre vidt, også til emner vi i dag ville synes var ejendommelige sysler for en matematiker, såsom alkymi og teologi, herunder bibelkronologi, som Newton brugte årevis på. Da Halley kom på besøg, havde Newton faktisk i en periode beskæftiget sig med helt andre ting end med differentialregning og legemers bevægelse [4]. Men med Halleys besøg genvaktes Newtons interesse for emnet. Newton havde i sine studier brugt begrebet *kraft* som noget, der var i stand til at ændre og dirigere den bevægelsesmængde $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, som et massepunkt med hastighed $\mathbf{v}$ har.

I de 150 år, der lå før Newtons gennembrud, var beskrivelsen af bevægelserne i solsystemet undergået ganske store ændringer. Frem til miden af 1500-tallet byggede beskrivelsen af stjernehimmelen og planeternes bevægelse på oldtidens geocentriske model med Jorden i centrum og planeterne anbragt på mærkelige, uafhængigt drejende cirkler (de såkaldte epicykler), der til en vis grad gav en forklaring på planeternes bevægelse på baggrund af fixstjernerne. Se figur 1.

Den kopernikanske (heliocentriske) model for solsystemet fra 1543 var den første radikale revision af denne model, og modellen var umiddelbart kontroversiel, idet den fjernede Jorden som planetsystemets centrum, men den slående, matematiske forenkling førte alligevel til accept [7], hos blandt andre Kepler (1571–1630) og Galilei (1564–1642). Modellen savnede mere præcise data. Det blev leveret i enestående grad af den danske astronom Tycho Brahe (1546–1601), under hvis ledelse nøjagtige observationer af stjerne- og planetpositioner gennem næsten 20 år blev produceret.

Kepler, der var ansat hos Tycho Brahe, overtog i 1601 det enorme datamateriale og underkastede det en grundig matematisk analyse.



Figur 1. Oldtidens geocentriske, og renæssancens heliocentriske model for planeternes baner. I den geocentriske model er Jorden (E) i centrum, Solen og planeterne går rundt i baner, hvor planeterne (i figuren stærkt simplificeret) befinder sig på cirkler, der drejer om et punkt, der selv drejer om Jorden. I den heliocentriske model er Solen (S) i centrum, og planeterne bevæger sig alle rundt om Solen.

Det lykkedes Kepler at destillere informationen i årtiers observationer af planeterne (især af Mars) til tre principper for planetbevægelse, de såkaldte Keplers love:

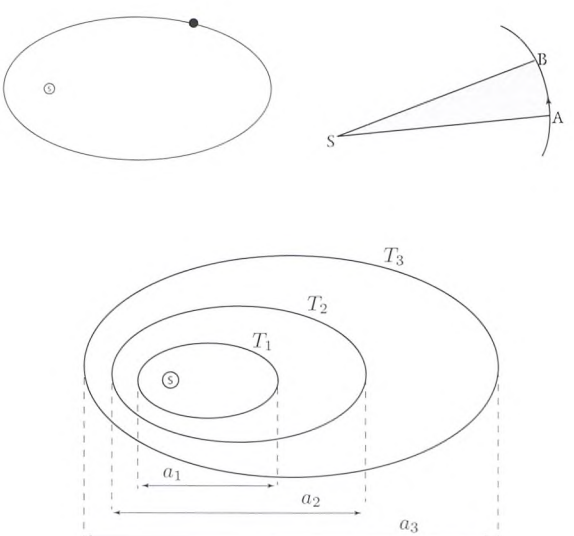
(1) Ellipseloven: Planeterne bevæger sig i elliptiske baner, hvor Solen befinder sig i det ene brændpunkt.

(2) Arealloven: Bevægelsen langs ellipsen er således, at radiusvektor hver tidsenhed "overstryger" et konstant areal.

(3) Periodeloven: Forholdet a^3/T^2 mellem storaksens længde a i tredie potens og omløbstiden T i anden potens har samme værdi for alle planeterne.

Figur 2. Tycho Brahe (t.v.) og Johannes Kepler (t.h.).

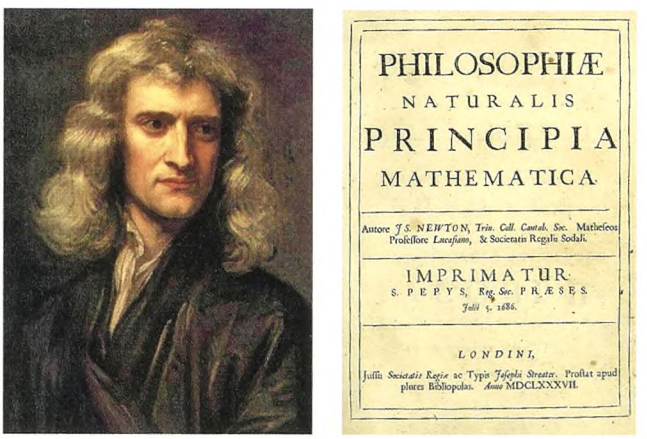
Keplers beskrivelser af planetbevægelserne er formuleret matematisk i termer af geometri (ellipseloven), algebra (periodeloven), og så en lov (arealloven), hvori der faktisk indgår en rate. I denne sidste sammenhæng ser vi en kim til en differentialregningsbeskrivelse, men Kepler folder den ikke yderligere ud.



Figur 3. Keplers tre love.

Keplers love er rent beskrivende og indeholder ikke nogen overvejelser om årsager til, at bevægelserne bliver på den måde, som de gør, og slet ikke, at alle tre resultater kunne være manifestationer af et og samme fænomen. Keplers eneste gæt på, hvad der mon kunne formå planeterne, ikke mindst den mægtige jordklode, til at opføre sig på denne sindrige måde, var, at det måtte være engle, der med deres store vinger dirigerede solsystemets legemer netop således, at deres baner opfyldte skaberens bestemmelser[1].

René Descartes bog *Discour de la Méthode* fra 1639 indeholdt en teori om en slags kosmiske strømhvirvler som årsag til himmellegemers bevægelser. Sådan stod sagerne hen forbi midten af 1600-tallet.



Figur 4. Isaac Newton og Principia.

Ved sit besøg i Cambridge foråret 1684 var Edmond Halley som astronom specielt interesseret i en forklaring i termer af kræfter af den observerede bevægelse af planeter og kometer, og spurgte Newton om den form for kræfter, der, rettet mod et fast centrum, afhang af den reciprokke kvadratafstand til tiltrækningspunktet. Vi har ingen førstehåndsberetning af deres samtale den forårsdag, men samtalens indhold er gengivet af Abraham de Moivre (1667–1754) i et notat dateret november 1727 og senere oversat til engelsk [3]:

> In 1684 Dr. Halley came to visit [Newton] at Cambridge, after they had been some time together, the Dr. asked him what he thought the Curve would be described by the planets supposing the force of attraction towards the Sun to be reciprocal to the square of their distance from it. Sir Isaac replied immediately that it would be an Ellipsis, the Doctor struck with joy and amazement asked him how he knew it. Why saith he, I have calculated it. [...]

Newton svarer: *I have calculated it.* Fra den simple relation (som vi i dag kalder Newtons 2. lov)

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F} \tag{1}$$

og gravitationsloven

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -G\frac{Mm}{||\mathrm{r}||^3}\mathrm{r} \tag{2}$$

har Newton *udledt* de tre Keplerlove, specielt ellipseloven for de periodiske baner. Faktisk er denne udledning så generel, at den også viser, at parabolske og hyperbolske baner (som er ubegrænsede bevægelser med

[1] Vi kan trække på smilebåndet over denne måske naive holdning, men dels var Kepler mere interesseret i virkninger end årsager, dels skal vi ikke nødvendigvis tro, at vi har fundet den ultimative årsagsforklaring. Vi har erstattet englevinger med kraftvektorer (eller med metrikker i en rumtid), men det kan jo også være, at en fremtids fysikere vil trække på smilebåndet over disse metaforer.

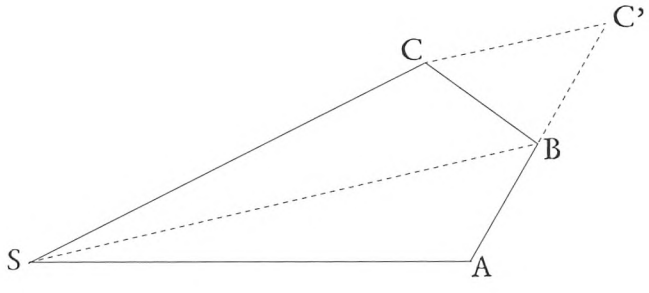
ikke-negativ energi) også er en naturlig konsekvens af loven om massetiltrækning [5]. Denne påvisning betragtes med rette som et af den teoretiske fysiks mesterstykker.

Halley indså, at Newtons indsigt og de meget almentgyldige teknikker måtte bringes til et større publikum, og han overtalte Newton til at producere, hvad der senere er blevet kaldt den mest indflydelsesrige naturvidenskabelige lærebog nogensinde: Naturfilosofiens Matematiske Principper (*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*), kendt som blot *Principia*.

I *Principia* bruger matematikeren Newton sin nyudviklede differentialregning, blandt mange andre ting anvendt på fysikproblemet om punktmassers bevægelse omkring et fast tiltrækningspunkt i en plan. Figur 5 illustrerer Newtons metode med først at vise egenskaber ved et stykkevis lineært problem, hvor kraften virker i små stød. Imellem disse stød bevæger masserne sig jævnt og retlinjet. Hver diskret kraftpåvirkning fører til en ændring af retning (men ikke størrelse, da der ikke udføres noget arbejde på partiklen), dvs. bare en drejning af hastigheden, og dermed af impulsen.

$$p_{efter} - p_{før} = F\Delta t \qquad (3)$$

Newton undersøger situationen og lader så mellemrummet Δt mellem kraftpåvirkningerne gå mod nul, således at situationen nærmer sig en kontinuert kraftpåvirkning. Disse argumenter bruges også i dag ved analysen af kurver og kræfter. Figur 5 er Newtons argument for, at alle centralbevægelser må opfylde Keplers 2. lov om arealhastigheden.



Figur 5. Her ser man, hvordan Newton viser, at alle centralkræfter vil give bevægelser, som opfylder Keplers areallov. En masse starter i punktet A og bevæger sig i et lille tidsrum Δt med jævn hastighed frem til punktet B. Hvis massen fik lov til at fortsætte, ville den efter endnu et tidsrum Δt nå frem til punktet C'. Imidlertid får massen i punktet B en pludselig påvirkning (engelsk: *impulse*), der får den til at skifte retning, men ikke hastighed. Efter tidsrummet Δt befinder massen sig i nu punktet C, hvor BC=AB. Men da vil trekanterne SAB og SBC have samme areal, så lige store arealer er overstrøget i lige store tidsrum. Når vi lader Δt gå mod nul, vil trekanterne blive mere og mere spidse, og stykkerne AB og BC vil blive til en kurve, nemlig banekurven.

Newton forankrer (sikkert med velberådet hu) sine argumenter i solid matematik, nemlig Euklids plangeometri [2]. Kun grænseovergangene repræsenterer det nye matematiske sprog. De nye ideer var så klare og anvendelige, at *Principias* udbredelse medførte et væld af gennembrud og anvendelser, både inden for naturvidenskab og inden for matematikken selv. Og selvfølgelig også genererede nye spørgsmål, der nu blev stillet i differentialregningens sprog.

Der er mange meninger om "matematikkens overraskende effektivitet" [8]. Hvis man ser *Principia* som en lærebog, der ud af ingenting dukkede op, og med sin fremkomst åbnede for en kæmpestor verden af fysiske modeller, der nu pludselig fungerede og kunne bruges i praksis, så kan det måske synes sådan. Men ligesom Keplers love er et destillat af et enormt observationsmateriale, så er *Principia* også et destillat af en erfaring, der faktisk selv udspringer fra det fysiske univers. I det lys er det måske en anelse mindre mirakuløst, at matematikken er så god til at beskrive fysiske fænomener. Det er næppe hele forklaringen, men efter denne forfatters mening en stor del af den. Matematikken er et sprog, som vi bruger til at forstå naturen med, men vi har lært det af naturen selv.

Litteratur

[1] J.D. Barrow (1994) Pi in the Sky: Counting, Thinking, and Being. Oxford University Press.

[2] Euklid (2020) Elementer (dansk oversættelse). Gyldendal.

[3] S. Hollingdale (2009) Makers of Mathematics, Dover Books.

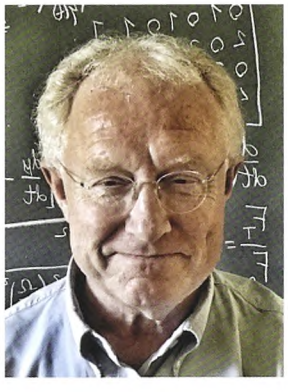
[4] M. White (1998) Isaac Newton – The Last Sorcerer, Penguin Books.

[5] J.M. Knudsen og P.G. Hjorth (2002) Elements of Newtonian Mechanics. 3rd ed., Springer Advanced Texts in Physics.

[6] I. Newton (2016) Principia, CreateSpace Independent Publishing Platform, ISBN 9781532949685.

[7] T.S. Kuhn (1974) The Copernican Revolution. Harvard University Press.

[8] E. P. Wigner (1960) The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard Courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 11, 1959. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, bind **13**, side 1–14.



Poul G. Hjorth er ph.d. og lektor i anvendt matematik ved Institut for Matematik og Computer Science, DTU.

En videnskabelig duo: Matematikkens samspil med fysik 1809–1950

Jesper Lützen, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet

I denne artikel vil jeg fremdrage nogle eksempler på matematikkens samspil med fysik. I de fleste tilfælde vil jeg fokusere på, hvordan matematikken er blevet påvirket af mødet med fysik, og jeg vil hente eksemplerne fra min egen forskning i Liouvilles matematik (1809-1882), Hertz' mekanik (1894) og distributionsteoriens forhistorie (?-1950).[1]

Samspillet mellem matematik og fysik opfattes ofte som en "anvendelse" af et stykke færdigudviklet matematik inden for fysik, en anvendelse, hvis effektivitet Eugene Wigner i 1960 betegnede som "unreasonable". Det urimelige skulle bestå i, at matematik, som er undfanget af den ubesmittede, menneskelige tanke, kan bruges til at beskrive den fysiske natur og endog forudsige dens virkemåde. En historisk analyse af vekselvirkningen mellem de to fag viser imidlertid, at matematik og fysik i historiens løb har vekselvirket på mere nuancerede måder, end ideen om "anvendelse" af matematik i fysik lader ane. Vekselvirkningen har i de fleste tilfælde været meget mere intim, idet mødet mellem fagene har beriget dem begge og ofte har været afgørende for begges videre udvikling. Det kan ikke afvises, at der findes eksempler på, at ren matematik har vist sig umiddelbart anvendelig inden for en gren af fysikken, i stil med den rene talteoris anvendelse i kryptografi, men det hører til sjældenhederne. Oftest vil ufærdig matematik og ufærdig fysik mødes, og under en kompliceret proces berige hinanden, så der til sidst fremkommer en tilfredsstillende matematisk beskrivelse (model, forklaring) af det fysiske fænomen eller område.

Liouvilles matematik

Liouville blev bl.a. ved École Polytechnique opdraget i en matematiktradition, hvori de vigtigste emner var udsprunget direkte af fysiske problemstillinger. Han tilsluttede sig med glæde denne tradition og understregede senere i livet, at de fleste vigtige matematiske discipliner står i stor gæld til fysikken, især mekanikken. Han bidrog som bekendt selv meget til videreudvikling af den analytiske mekanik og andre oplagt fysisk inspirerede discipliner som potentialteori, og selv hans bidrag til mere "rene" matematiske områder var ofte direkte eller indirekte udsprunget af fysik. For eksempel beviste han sin sætning om konforme afbildninger af rummet i forbindelse med en analyse af William Thomsons (Lord Kelvins) ideer om elektriske billeder. Liouville udviklede også en meget interessant, men for størstedelen upubliceret spektralteori for en speciel type integraloperatorer, som var direkte inspireret af hans arbejde med ligevægtsfigurer for roterende væskeplaneter.

Mere overraskende er det måske, at Liouvilles teori for differentiation af arbitrær orden, dvs. af ikke-heltallig orden, havde sine rødder i fysik. Hans notesbøger afslører, at han udviklede teorien for at kunne løse visse integralligninger, som er principielt vigtige i det fysiske forskningsprogram, som Laplace havde lanceret. Laplace havde foreslået, at ligesom himmellegemernes bevægelser kunne forklares ud fra Newtons gravitationskræfter mellem materiens dele, så skulle alle andre fysiske fænomener forklares ved fjernkræfter mellem disse dele og eventuelle vægtløse fluida. I tråd hermed havde Ampère foreslået, at elektrodynamiske kræfter skulle kunne føres tilbage til en elementarkraft mellem to infinitesimale lederelementer. Liouville, som var Ampères studerende, påpegede, at hvis størrelsen af denne elementarkraft skal deduceres fra makroskopiske eksperimenter, blev man ledt til en integralligning, som kunne løses ved differentiation af ikke-heltallig orden. Det fysiske udgangspunkt for Liouvilles teori viser sig i den færdige teori, bl.a. ved at definitionen af de ikke-heltallige afledede kun virker efter hensigten, hvis de betragtede funktioner går mod nul i uendeligt, sådan som kræfter og potentialer gør.

Figur 1. Joseph Liouville (1809–1882)

Eksemplet viser, at noget så uhåndgribeligt som et fysisk forskningsprogram (her den Laplacianske fysik) kan have direkte indflydelse på hvilke matematiske teorier, der udvikles, og endog på teoriernes udformning.

[1] Artiklen har tidligere været bragt i tidsskriftet *Matilde*, nr. 22, marts 2005.

Et knapt så overraskende, men langt vigtigere eksempel på et stykke fysisk inspireret matematik, er den teori for differentialligninger, som Liouville udviklede i samarbejde med sin ven Sturm, og som senere kom til at bære deres navne. De var begge stærkt interesserede i Fourier og Poissons teori for varmeledning i homogene materialer (og den dertil udviklede teori for trigonometriske rækker), og forsøgte at generalisere teorien til varmeledning i heterogene materialer. I det generelle tilfælde kunne de dog ikke finde brugbare eksplicitte udtryk for løsningerne (egenfunktionerne), hvorfor de måtte "nøjes" med, ud fra selve ligningen, at undersøge kvalitative egenskaber ved løsningerne, så som antallet og opførslen af deres nulpunkter (Sturms sammenlignings- og oscillationssætninger)[2]. På grundlag af Sturms resultater lykkedes det for Liouville at bevise konvergensen af den generaliserede Fourierrække for en "arbitrær" funktion.

Det var således generaliteten af det fysiske problem, som tvang de to venner til at tage et stort skridt hen imod en kvalitativ teori for differentialligninger. En sådan udvikling fra en formelbaseret kvantitativ matematik hen mod en mere kvalitativ begrebsorienteret matematik er ofte blevet fremhævet som et vigtigt kendetegn ved matematikkens udvikling i 1800-tallet. Vi ser altså her et eksempel på, at en fysisk teori har været medvirkende til et fundamentalt kursskifte i matematikken.[3]

Hertz' mekanik

I løbet af 1800-tallet forskød det matematiske tyngdepunkt sig mod Tyskland, hvor en neohumanistisk opfattelse af matematik som et produkt af den menneskelige ånd overskyggede matematikkens anvendelighed. Det førte til en større opsplitning mellem ren og anvendt matematik, som dog nok er blevet overdrevet af mange matematikhistorikere. For selv om matematikken opnåede en større autonomi i forhold til sine anvendelser, så vedblev anvendelser, og især anvendelser i fysik, at være en stor inspirationskilde for matematikken. Når det for eksempel ofte fremstilles, som om ikke-euklidisk og Riemannsk geometri kom til verden som resultat af en ren matematisk analyse af aksiomssystemet for geometrien og især parallelaksiomets stilling, giver det et helt skævt billede af det faktiske historiske forløb. De centrale aktører i historien: Gauss, Lobachevski, Riemann og Helmholtz var ikke interesserede i aksiomssystemer, men ville undersøge det fysiske rums natur, ved først at undersøge de matematisk mulige geometrier for dernæst empirisk at undersøge, hvilket rum vi virkelig lever i.

Da den nye ikke-euklidiske geometri i sin riemannske differentialgeometriske form blev alment kendt omkring 1870, benyttede matematikere som Lipschitz og Darboux den øjeblikkeligt til en ny differentialgeometrisk formulering af mekanikken. Også her gav den nye fysiske situation anledning til indførelse af nye matematiske begreber og resultater. Også fysikeren Heinrich Hertz tog (stort set uafhængigt af sine matematikkolleger) et lignende skridt. I de sidste tre år af sit liv skrev han bogen Prinzipien der Mechanik (1894), hvori han formulerede et grundlag for mekanikken, som ikke opererede med kræfter eller energi som fundamentale begreber, og som var formuleret i differentialgeometriske termer. I indledningen til bogen skrev Hertz, at den matematiske form og det fysiske indhold af bogen i princippet er uafhængige af hinanden, om end de gensidigt støtter hinanden. Hans efterladte noter og kladder til bogen afslører dog, at mens Hertz arbejdede med bogen, smittede matematikken og fysikken af på hinanden på mere afgørende vis end den færdige bog lader ane. Et sted, hvor fysikken smittede afgørende af på den matematiske form, var i Hertz' definition af "den reducerede komponent af en vektorstørrelse i en given retning". Dette begreb, som svarer til den covariante komponent af vektoren, indførte Hertz i sine manuskripter, fordi han ønskede, at Lagranges og Hamiltons ligninger skulle have det sædvanlige udseende. Her er altså et eksempel på, at et vigtigt differentialgeometrisk begreb blev indført af fysiske årsager.

Figur 2. Heinrich Rudolf Hertz (1857–1894).

Det modsatte findes der også eksempler på i Hertz' mekanik. For eksempel opstillede Hertz et billede (en model) af materien som bestående af uendelig små ens massedele. Filosoffer har været interesserede i dette billede af materien, fordi det senere blev inspirationskilde til visse elementer i Wittgensteins Tractatus. Nu viser Hertz' kladder, at de infinitesimale massedele blev indført, fordi de tillod Hertz at udlede det for ham så fundamentale ikke-euklidiske linieelement i konfigurationsrummet ud fra den euklidiske afstand mellem massedelene. Massedelene blev altså indført for at få den matematiske formalisme til at passe.

Hertz indførte nok den differentialgeometriske formalisme i konfigurationsrummet, fordi den tillod ham at behandle mekaniske systemer under ét på linie med den sædvanlige behandling af en enkelt punktmasse. Men som indførelsen af massedelene viser, virkede den

[2]Det kan nævnes, at Sturms sætning om antallet af reelle rødder af et polynomium på et interval også var et resultat af disse undersøgelser. Den kan opfattes som en diskret udgave af Sturms oscillationssætning.

[3]Senere skubbede problemet om solsystemets stabilitet i en lignende retning.

matematiske formalisme tilbage på det fysiske billede. Hertz' billede af materien fik ikke nogen betydning for fysikkens videre udvikling, men der er mange betydningsfulde eksempler på, at den matematiske formalisme, ud over at levere et kvantitativt sprog til at formulere sammenhænge mellem fysiske størrelser, også er medvirkende ved dannelsen af de fundamentale størrelser og begreber. Ja, bortset fra begreberne tid, sted og masse er de fleste fysiske størrelser nok begrebsliggjort eller i hvert fald kvantificeret med matematikkens hjælp. Selv et begreb som hastighed blev først et brugbart kvantificeret begreb i sammenhæng med differentialregningens udvikling, og energibegrebet blev først dannet, efter at matematiske fysikere havde opdaget, at newtonske kræfter kunne deduceres som gradienten af et potential. I begyndelsen var potentialet blot en matematisk hjælpestørrelse, men gradvist og især takket være Helmholtz skiftede den karakter (og fortegn) og blev til en potentiel energi, som sammen med varme mm. udgjorde en bevaret størrelse: energi.

Distributionsteori

Indtil ca. 1900 var matematik filosofisk set tæt koblet til virkeligheden. Platon betragtede matematik som en beskrivelse af den ideelle virkelighed, Aristoteles betragtede den som en abstrakt beskrivelse af virkeligheden, mens Kant argumenterede for, at matematik var en a priori forudsætning for vores beskrivelse af virkeligheden. Men bl.a. som følge af opdagelsen af den ikke-euklidiske geometri opstod den formalistiske matematikfilosofi, ifølge hvilken matematik beskæftiger sig med logiske deduktioner fra et sæt konsistente, men i øvrigt vilkårligt valgte aksiomer. Matematikken blev dermed i princippet helt uafhængig af den virkelighed, som fysikken prøver at beskrive. Det var først i denne forbindelse, at det faldt nogen ind at undre sig over "the unreasonable effectiveness of mathematics".

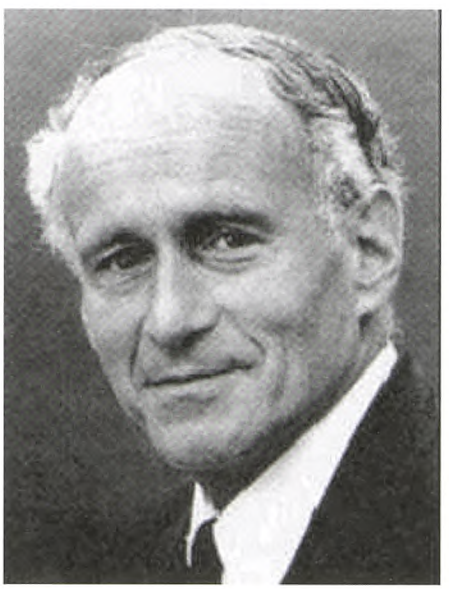
Der ligger givetvis et dybt filosofisk problem begravet i denne effektivitet, men jeg mener, at man overspiller problemet, hvis man ud fra en formalistisk matematikfilosofi slutter, at matematikken i det 20. århundrede har udviklet sig ubesmittet af den omgivne verden og videnskab. Matematiske aksiomssystemer og strukturer bliver jo ikke til ved, at en matematiker opfinder dem vilkårligt. De er en del af den dynamik, som driver matematikken videre, hvor samspil med andre fag, ikke mindst fysik, stadig spiller en væsentlig rolle. Som et eksempel kan nævnes distributionsteoriens tilblivelse.

Allerede i 1822 i forbindelse med sit studium af varmeledning ombyttede Fourier integration og summation i udtrykket for Fourierrækken for en vilkårlig funktion og konkluderede derfra, at funktionen

$$\frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\cos nx\right) \tag{1}$$

havde den egenskab, at hvis den blev ganget med $f(x)$ og integreret mellem $-\pi$ og π, ville resultatet blive $f(0)$. Efter at uendelige størrelser og divergente rækker blev helt bandlyst i matematikken, og det nu accepterede funktionsbegreb blev generelt accepteret, måtte en sådan funktion imidlertid afvises. Da Darboux udgav Fouriers samlede værker, tilføjede han således en fodnote, hvori han erklærede, at den ovenstående sum ikke havde nogen mening.

Funktioner med lignende egenskaber dukkede dog op i forskellige områder af fysikken. I ellæren var det svært at undgå sådanne funktioner i forbindelse med punktladninger og mere generelt i forbindelse med Greens funktion. Kirchhoff indførte eksplicit funktionen i 1882, og den indgik centralt i Heavisides analyse af telegrafi og elektriske netværk. Her blev den defineret som den afledede af Heavisides stepfunktion. Sit navn fik funktionen dog først i 1926 af Dirac, som benyttede den på afgørende vis i sin fremstilling af kvantemekanikken. Alle disse anvendelser af deltafunktionen skete dog uden for den etablerede matematik. Ja, von Neumann nævner selv, at det var denne funktions illegitimitet, som ansporede ham til at udvikle sin egen version af kvantemekanikken.



Figur 3. Laurent Schwartz (1915-2002).

Laurent Schwartz var som bekendt den første, som fandt en legitim indførelse af deltafunktionen inden for distributionsteorien. Han var dog nok så meget inspireret til sin udvidelse af funktionsbegrebet af overvejelser omkring generaliserede løsninger til differentialligninger. I klassisk stringent analyse kan $f(x-t)$ kun være løsning til bølgeligningen, hvis f er to gange differentiabel. Dette er uheldigt, da man jo sagtens kan forestille sig bølger med kanter. Fra slutningen af 1800-tallet opstod der derfor forskellige metoder til at generalisere løsningsbegrebet, så også ikke-differentiable funktioner kan siges at være løsninger til for eksempel bølgeligningen.

Schwartz fortæller i sin selvbiografi, at han ikke var helt tilfreds med de eksisterende generalisationer, fordi det forblev et mysterium, hvad de afledede af funktionerne var. Det var dette spørgsmål, han fik afklaret med sin distributionsteori udviklet i perioden 1945–50.

Hvor problemerne, som ledte til distributionsteorien, således bl.a. kom fra fysik, så kom løsningen fra den netop udviklede funktionalanalyse. Denne teori var nok

udviklet som en ren matematisk disciplin, om end anvendelsen af Hilbertrum inden for kvantemekanikken givetvis havde givet feltet ekstra liv. Men som det ofte sker, viste anvendelsen af funktionalanalysen inden for distributionsteorien sig at åbne nye veje inden for den anvendte disciplin (funktionalanalyse). Den franske matematiker Jean Dieudonné påpegede nemlig over for Schwartz, at det ville være ønskværdigt, hvis han kunne udlede det limesbegreb, han havde indført i distributionsrummene, fra en egentlig topologi. Det gav ophav til L-F-topologierne.

Igen ser vi, hvordan fysikken (her ellære, kvantemekanik og bølgeudbredelse) gav anledning til fundamentale matematiske begreber.

Konklusion

I de godt 100 år, der gik mellem Liouville og Schwartz, ændrede samspillet mellem matematik og fysik sig både sociologisk og filosofisk. Sociologisk set er det værd at bemærke, at mens 1800-tallets videnskabsmand meget ofte var matematiker og fysiker i samme person, så blev det matematiske og det fysiske samfund stort set disjunkte i det 20. århundrede. For eksempel tilbragte Fourier megen tid i laboratoriet, hvor han eksperimenterede med de varmeledningsfænomener, hvis matematiske beskrivelse ledte ham til Fourierrækker og deltafunktionen, hvorimod Schwartz kun kendte de fysiske problemer på anden hånd. Filosofisk set havde matematikken på Liouvilles tid sin rod i virkeligheden, mens den på Schwartz' tid var helt frigjort fra virkeligheden. Alligevel fortsatte det komplicerede samspil mellem de to fag gennem hele perioden i en form, som var til stor gavn for dem begge. Denne gensidige berigelse er utvivlsomt en afgørende forudsætning for matematikkens effektivitet i naturbeskrivelsen.

Litteratur

[1] J. Lützen (1982) The Prehistory of the Theory of Distributions. Nr. 7 i serien *Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*, Springer Verlag, 232 sider.

[2] J. Lützen (1990) Joseph Liouville 1809–1882. Master of Pure and Applied Mathematics. Nr. 7 i serien *Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*, Springer Verlag, 884 sider.

[3] J. Lützen (2005) Mechanistic Images in Geometric Form: Heinrich Hertz's Principles of Mechanics, Oxford University Press, Oxford, 318 sider.

Jesper Lützen er professor i matematikkens historie ved Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

Generalforsamling i SNU

Selskabet for Naturlærens Udbredelse (SNU) måtte på grund af coronapandemien udskyde sin generalforsamling til den 21. september. Dorte Olesen redegjorde for forrige års foredrag, der i foråret 2019 havde haft temaet "Rumforskning" og i efteråret "Månelanding og medaljer", idet SNU i 2019 for første gang i 30 år i oktober kunne uddele en Ørstedguldmedalje i kemi, og tillige i september uddelte en sølvmedalje og i december en bronzemedalje til en inspirerende gymnasielærer. Alle foredrag havde været velbesøgte med over 200 tilhørere i gennemsnit.

Samtidig var året præget af forberedelserne til den store fejring i 2020 af 200-året for Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen, hvor SNU midt i 2019 overtog projektledelsen for den store vandreudstilling "H.C. Ørsted på ny – skønheden i naturen", og hvor man gik ind i et aktivt samarbejde med Videnskabernes Selskab om en stor fælles foredragsrække om H.C. Ørsteds liv og opdagelser, samt hvordan hans opdagelser havde haft betydning for nutidens forskning. Udstillingen i Rundetårn blev besøgt af 102.752 personer i perioden 1.7.-27.9.

Der blev godkendt et regnskab med et bedre resultat end budgetteret, hvilket både skyldtes en vis medlemsfremgang og lavere omkostninger. Og der blev godkendt et historisk stort budget for 2020, idet Ørstedudstillingens omkostninger i vidt omfang strømmer gennem SNU i 2020. Det blev påpeget, at der med disse store beløbsstrømme naturligvis kunne opstå større udsving end normalt i forhold til det budgetterede. Det blev dog understreget, at SNUs økonomi var så sund, at dette ikke gav anledning til bekymring for Selskabets likviditet. Der blev også gjort rede for, hvordan de mange aktiviteter i 2020 havde ført til, at SNU havde været i stand til at realisere planen om at have en fuldtidsmedarbejder i selskabets sekretariat, idet vedkommende dog for en stor del var beskæftiget med udstillingen og ikke med sædvanlige sekretariatsopgaver.

Ole Mørk Lauridsen fra SNUs direktion stillede sit mandat til rådighed og blev genvalgt med akklamation. SNUs revisor Steffen Jensen blev ligeledes genvalgt med akklamation.

Der er grund til at takke de mange frivillige, der har bidraget væsentligt til SNUs arrangementer, og de mange fonde og firmaer, som har støttet aktiviteter i 2019 og 2020, både energiselskabet Ørsted, der står bag de fleste medaljer, og Haldor Topsøe, der står bag grundskolelærermedaljerne, Carlsbergfondet, der har muliggjort flotte overrækkelsesarrangementer og videooptagelser af alle foredrag i 2020 og enkelte allerede i 2019, samt de seks fonde bag udstillingen: Otto Mønsteds Fond, Industriens Fond, William Demant Fonden, COWIfonden, Thomas B. Thriges Fond og Povl M. Assens Fond.

Kroppen i naturen: Embodyment og matematikkens effektivitet i naturbeskrivelsen

Mikkel Willum Johansen, Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet

Der findes en række forskellige bud på, hvorfor matematikken kan bruges i naturbeskrivelsen. I denne artikel skal vi se nærmere på en forklaring, der tager udgangspunkt i menneskets biologi og i de kognitive teknikker, mennesket generelt bruger til at håndtere omverdenen.

En af de mest interessante gåder i den moderne matematikfilosofi er spørgsmålet om, hvorfor matematikken er så effektivt et redskab til at beskrive den fysiske verden. Effektiviteten i naturbeskrivelsen er faktisk så væsentligt et træk ved matematikken, at man kan betragte det som et designkriterie: Enhver filosofisk forståelse af, hvad matematik er, må som minimum indeholde en forklaring på, hvorfor matematikken er naturbeskrivende. Groft sagt falder de typiske forklaringer i en af tre typer:

1. Man kan hævde, at den fysiske verden i sig selv er konstrueret eller skabt efter matematiske principper. Det er fx den forklaring, man ser i Galileo Galileis berømte tanke om, at Naturens bog er skrevet i matematikkens sprog. Denne type forklaring kan kaldes platonistisk, og her forestiller man sig typisk, at matematikken på en eller anden måde eksisterer uafhængigt af og før den fysiske verden.

2. Man kan hævde, at matematik er en beskrivelse af meget generelle lovmæssigheder i den fysiske verden. Matematikken er med andre ord i udgangspunktet naturbeskrivende på samme måde som fysikken. Denne type forklaringer kan kaldes empiristiske, og her ser man matematikken som en direkte beskrivelse af træk ved den fysiske virkelighed.

3. Man kan hævde, at de matematiske strukturer, vi oplever, skyldes, at vores eget erkendeapparat former vores oplevelser på en bestemt måde. Matematikken er altså ikke noget, der (nødvendigvis) findes i verden, som den er i sig selv, men kun noget, der findes i verden, som vi oplever den. Denne type forklaringer kaldes konstruktivistiske, og her ser man matematikken som en konstruktion, der har udgangspunkt i træk ved vores særlige måde at erkende verden på. Med andre ord findes matematikken (til dels) i os selv.

Der findes selvfølgelig andre forestillinger om, hvad matematik er. Specielt har den forestilling, at matematik er logisk nødvendige sandheder, spillet en rolle, men eftersom den hverken giver et godt billede af matematikken eller forklarer, hvorfor matematik kan anvendes i naturbeskrivelsen, vil vi springe den over her.

Af de tre forklaringstyper ovenfor har diverse platonistiske forklaringer traditionelt været dominerende. I en moderne kontekst virker de dog utilfredsstillende, fordi de hviler på påstande, der er i modstrid med vores øvrige videnskabelige viden (specielt er påstanden om, at matematiske objekter findes uden for tid og rum i modstrid med grundlæggende fysik).

Empiristisk forklaring af matematikken

Det eneste gennemarbejdede forsøg på at give en empiristisk forklaring af matematikken blev fremsat af John Stuart Mill i *A System of Logic* fra 1843 [1]. Mill tager udgangspunkt i en streng empirisme, hvor matematikkens objekter direkte skal afspejle naturfænomener. Således svarer tallene til antallet af objekter i samlinger, og sætninger som "$1 + 2 = 3$" afspejler den lovmæssighed, at hvis vi tilføjer et objekt til en gruppe på to objekter, vil vi få samme sanseindtryk, som hvis vi ser en gruppe med tre objekter. Mills teori svarer godt på den del af opgaven, der går ud på at forklare, hvorfor matematikken kan beskrive naturen, men til gengæld giver den en meget ringe forklaring på, hvad matematik er. For at give et enkelt eksempel rummer universet (så vidt vi ved) et stort, men endeligt antal objekter (fx findes der ca. 10^{80} atomer). Så hvis man opfatter tal som antal, er det svært at se, hvordan man kan forklare matematikkens uendelige mængder og transfinitte tal (dvs. tal, der angiver størrelserne på det stigende hierarki af uendeligt store mængder). Tilsvarende opererer matematikken med uendelig stor præcision (i det reelle talsystem), perfekt rette linjer uden bredde osv. Med andre ord rummer matematikken en abstraktion, der ikke kan indfanges i en naiv empirisme som Mills.

Så hverken platonismen eller empirismen har indtil videre leveret gode forklaringer på matematikkens brugbarhed, og der findes stadig ikke nogen god og alment accepteret løsning på problemet. I de sidste årtier er der dog kommet en helt anden type af forklaringer på banen. Forklaringerne er konstruktivistiske og tager desuden udgangspunkt i en såkaldt naturalistisk opfattelse af matematikken, dvs. en opfattelse, der – i modsætning til navnlig platonismen – bygger på og er i overensstemmelse med vores empiriske viden i øvrigt.

Konstruktivisme

Det nok mest ambitiøse forsøg på at give en forklaring af den type blev givet af George Lakoff og Raphael Núñez i bogen *Where mathematics comes from* fra år 2000 [2]. Lakoff og Núñez tager udgangspunkt i den såkaldte kognitive semantik, hvor man i løbet af de sidste 50 år er blevet opmærksom på, at mennesker har en forbavsende evne til at blande og afbilde konceptuelle strukturer fra forskellige domæner ind i hinanden. Den slags konceptuelle afbildninger tager typisk udgangspunkt i et domæne af konkrete, kropslige erfaringer,

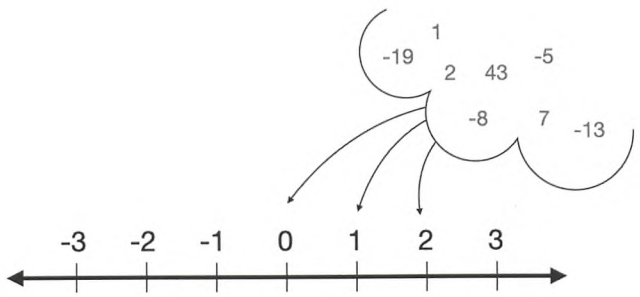
hvis struktur så afbildes over i et mere uhåndgribeligt domæne. Fx kan vores oplevelse af at bevæge os i et fysisk rum bruges til at forstå det abstrakte fænomen tid – vi kan "nærme os eksamen", "se frem mod ferien" eller have "lagt en svær tid bag os" – og oplevelsen at lægge ting i bunker og hælde væske i beholdere giver os det grundlæggende kognitive skema "mere er op", der fx kommer til udtryk i sætninger som "inflationen stiger i Danmark" (hvor Danmark desuden konceptualiseres som en beholder og inflation som en væske). Ifølge teorien er vores abstrakte tænkning helt gennemsyret af den slags strukturer, og dermed er vores abstrakte tænkning baseret på lån fra konkrete, typisk kropslige oplevelser.

Lakoff og Núñez påpeger nu, at det samme gør sig gældende for matematikken. Det er klart, at matematikkens sprog i høj grad bygger på dagligdagserfaringer: Man "lægger til" og "trækker fra" og funktioner kan "vokse", "aftage" og "gå mod 0" (hvilket de selvfølgelig bogstaveligt talt ikke kan, da funktioner er mængder af ordnede par, der ikke kan bevæge sig ud af stedet). For Lakoff og Núñez indikerer den form for sprogbrug, at matematikken har et kropsligt fundament, og på den baggrund forsøger de at give et samlet billede af, hvordan matematikken er blevet formet med udgangspunkt i den grundlæggende aritmetik.

Aritmetikken er, hævder Lakoff og Núñez, en konstruktion, der er blevet til på baggrund af helt grundlæggende strukturer, vi har erfaret fx ved at flytte rundt på sten og andre objekter, lægge dem i bunker og splitte bunkerne op igen. Helt basalt svarer den aritmetiske operation addition til det at tilføje objekter til bunken og subtraktion til det at fjerne objekter. Men afbildningen indeholder også andre og mere grundlæggende strukturer, fx giver vores erfaring af, at det er underordnet hvilken rækkefølge, vi lægger to bunker sammen, os den kommutative lov for addition, og erfaringen af, at vi altid kan tilføje flere objekter til bunken, betyder i det aritmetiske domæne, at de naturlige tal er lukket under addition (eller med andre ord, at mængden af naturlige tal er (potentielt) uendelig).

Konstruktionen er dog ikke fuldstændig arbitrær. Fra adfærdsbiologien ved vi, at både mennesker og en lang række pattedyr og fugle har en medfødt evne til at opfatte og håndtere de aritmetiske egenskaber ved små mængder ($N < 5$ for mennesker). Fx forventer både aber og spædbørn, at hvis man gemmer to objekter bag en ugennemsigtig skærm og bagefter tilføjer nok et objekt, ja, så er der tre objekter, når man fjerner skærmen. Med andre ord har vi en medfødt fornemmelse af, at $2 + 1 = 3$ og andre meget basale aritmetiske forhold. Man skal dog være klar over, at hverken småbørn eller dyr kan matematik. Evolutionen har givet dem en evolutionært set hensigtsmæssig måde at håndtere bestemte træk ved deres miljø, men det er først med de konceptuelle afbildninger, at den medfødte fornemmelse får den abstrakte og begrebslige struktur, der er en forudsætning for egentlig matematik – og i øvrigt også er en forudsætning for at udvide den begrænsede medfødte evne til at håndtere andet end meget små mængder.

Ved hjælp af andre mere avancerede konceptuelle afbildninger som fx tallinjen, kan negative tal, brøker og det reelle talsystem, ifølge Lakoff og Núñez, trinvist konstrueres, og herefter følger konstruktionen af komplekse tal, uendelighed og i det hele taget hele den abstrakte, moderne matematik.



Figur 1. Tallinjen er et eksempel på en konceptuel afbildning, hvor to forskellige domæner sammenflettes eller *blendes*. Tallene har ikke i sig selv en geometrisk struktur, men med tallinjen giver man dem én ved at sammenflette det aritmetiske og det geometriske domæne. Tallinjen blev indført af John Wallis i 1685 som et argument for eksistensen af negative tal, og tallinjen har senere spillet en rolle i konstruktionen af det reelle talsystem, idet det er en konsekvens af blenden, at der må være netop ét tal for hvert punkt på linjen.

Hvis vi skal vurdere teorien, er det for det første klart, at den giver et fint svar på, hvorfor matematikken kan bruges i naturbeskrivelsen; matematikken er konstrueret ud fra stukturer, vi har erfaret i virkeligheden, og derfor er der egentlig ikke noget problem. Man skal dog være klar over, at der ikke er tale om en empiristisk teori, hvor matematikken er en 1:1 afspejling af virkeligheden. Matematikken tager udgangspunkt i lokalt erfarede strukturer, og netop det giver den luft, der er nødvendig, for at matematikken kan beholde sin abstrakte og idealiserede natur: Det er min lokale erfaring, at jeg altid kan lægge ét objekt mere i min bunke, og derfor konstruerer vi de naturlige tal som en uendelig stor mængde, også selv om vi godt ved, at vi i den fysiske virkelighed løber tør for objekter på et tidspunkt. Lakoff og Núñez' teori åbner derfor muligheden for, at matematikken på en gang tager udgangspunkt i vores erfaring af virkeligheden, men samtidig når frem til resultater, der på andre punkter er i modstrid med dem. Teorien er dermed *konstruktivistisk*, ikke empiristisk.

Konstruktivismen understreges af, at matematikken afspejler interesser og kropslige erfaringer, der afhænger af vi menneskers specifikke biologi og måde at være tilstede i verden på. Hvis der findes intelligente gopler, er det ikke sikkert, at de går lige så meget op i at lægge ting i bunker, som vi gør, og dermed vil de ikke have de basale kropslige erfaringer, vi bruger til at opbygge aritmetikken (men formentlig nogle helt andre). Lakoff og Núñez påpeger desuden, at konstruktionen af matematikken er ikke-deterministisk i den forstand, at vi ikke er tvunget til at konstruere den på en bestemt måde. Selv om matematikken tager udgangspunkt i almenmenneskelige erfaringer, er det ikke på forhånd givet, hvordan erfaringerne skal sættes i spil, og der er

derfor plads til et element af kulturel forhandling, også i matematikken.

Betydning af eksterne repræsentationer

Der er dog også nogle alvorlige problemer i teorien. Selv om konceptuelle afbildninger utvivlsomt spiller en stor rolle i moderne matematik, og matematikere både med deres sprog, gestik og med diagrammer og andre visualiseringer indlejrer den matematiske tænkning i kropsligt erfarede strukturer, er matematik langt mere kompleks end Lakoff og Núñez giver udtryk for, og dens udvikling er formet af mange andre faktorer end konceptuelle afbildninger. Specielt overser teorien den helt afgørende betydning, eksterne repræsentationer som symboler og diagrammer spiller i matematisk tænkning. I dag opfatter matematikere simpelthen det at tænke som synonymt med det at skrive, fordi de er så afhængige af at udtrykke sig og manipulere med diagrammer og symboler. Dette er selvfølgelig også et udtryk for en kropsliggjort form for tækning (idet tænkningen foregår som et samspil mellem mentale og fysiske repræsentationer), men det er en helt anden form for kropslighed end den, Lakoff og Núñez bygger deres teori op om.

Eksterne repræsentationer har da også været en vigtig faktor i udformningen af matematikken. Komplekse tal kom således ikke til verden som et resultat af konceptuelle afbildninger, der gjorde det muligt at konstruere den komplekse plan, som Lakoff og Núñez antyder. Komplekse tal blev første gang eksplicit beskrevet i 1545, da den italienske matematiker Gerolamo Cardano i værket *Ars Magna* [3] overvejede, om han kunne finde to tal, der har produktet 40 og summen 10. Den geometrisk baserede algoritme, man i datiden brugte til at behandle den slags problemer, førte til en løsning, der involverede negative arealer, hvilket fra et geometrisk synspunkt ikke giver mening og ikke kan repræsenteres. Imidlertid kunne Cardano, ved at bruge en semisymbolsk repræsentationsform, der var ved at opstå, udtrykke løsningerne som "$5pRm15$" og "$5mRm15$", hvor "p" i moderne notation betyder $+$, "m" betyder $-$, og "R" betyder $\sqrt{}$ hvilket i moderne notation giver løsningerne $5+\sqrt{-15}$ og $5-\sqrt{-15}$. Løsningerne gav ingen mening for ham (han kalder dem "sofisteri"), men da de komplekse tal viste sig nyttige i løsninger af andre ligninger, gled de ind i matematikken, og først omkring 250 år senere blev den komplekse plan indført som en måde at give mening til de nye, underlige tal. Den komplekse plan var altså ikke en objektskabende, men en meningsskabende konstruktion.

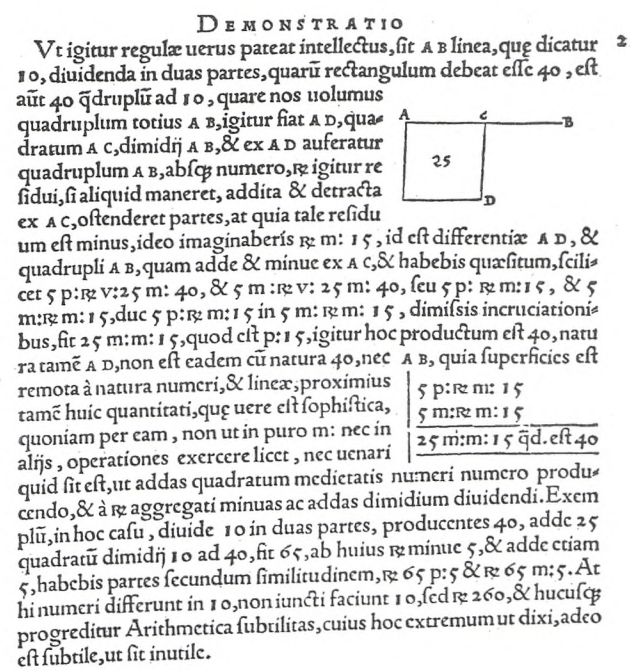
Kombinationen af abstrakte symboler og faste regneregler har ført til mange andre udvidelser af matematikken. Som et eksempel bemærkede den store 1700-talsmatematiker Leonhard Euler, at brøken $1/(1-x)$ ved simpel udregning giver den uendelige række [4]

$$1+x+x^2+x^3+\ldots$$

Ved at indsætte 2 på x's plads når Euler frem til identiteten:

$$-1=1+2+4+8+\ldots$$

Det er kontraintuitivt, da summen på højre side intuitivt set må være uendelig stor, men Euler accepterer ikke desto mindre resultatet. Efterfølgende matematikere havde dog ikke samme holdning, og indførte derfor restriktioner på regningen med uendelige rækker, så de (alt for) underlige resultater blev udelukket. Som sagt er matematikken ikke deterministisk, men til dels et resultat af social forhandling, og i dette tilfælde besluttede man altså, at matematikken skulle forblive i overensstemmelse med fysisk inspirerede intuitioner.


DEMONSTRATIO

Vt igitur regulæ uerus pateat intellectus, ſit A B linea, quę dicatur 2
10, diuidenda in duas partes, quarū rectangulum debeat eſſe 40, eſt
aũt 40 q̃druplũ ad 10, quare nos uolumus
quadruplum totius A B, igitur fiat A D, qua-
dratum A C, dimidij A B, & ex A D auferatur
quadruplum A B, abſcęp numero, R̃ę igitur re
ſidui, ſi aliquid maneret, addita & detracta
ex A C, oſtenderet partes, at quia tale reſidu
um eſt minus, ideo imaginaberis R̃ę m: 15, id eſt differentiæ A D, &
quadrupli A B, quam adde & minue ex A C, & habebis quæſitum, ſcili-
cet 5 p: R̃ę v: 25 m: 40, & 5 m: R̃ę v: 25 m: 40, ſeu 5 p: R̃ę m: 15, & 5
m: R̃ę m: 15, duc 5 p: R̃ę m: 15 in 5 m: R̃ę m: 15, dimiſsis incruciationi-
bus, fit 25 m: m: 15, quod eſt p: 15, igitur hoc productum eſt 40, natu
ra tamẽ A D, non eſt eadem cũ natura 40, nec A B, quia ſuperficies eſt
remota à natura numeri, & lineæ, proximius
tamẽ huic quantitati, quę uere eſt ſophiſtica,
quoniam per eam, non ut in puro m: nec in
alijs, operationes exercere licet, nec uenari
quid ſit eſt, ut addas quadratum medietatis numeri numero produ-
cendo, & à R̃ę aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exem
plũ, in hoc caſu, diuide 10 in duas partes, producentes 40, adde 25
quadratũ dimidij 10 ad 40, fit 65, ab huius R̃ę minue 5, & adde etiam
5, habebis partes ſecundum ſimilitudinem, R̃ę 65 p: 5 & R̃ę 65 m: 5. At
hi numeri differunt in 10, non iuncti faciunt 10, ſed R̃ę 260, & hucuſcę
progreditur Arithmetica ſubtilitas, cuius hoc extremum ut dixi, adeo
eſt ſubtile, ut ſit inutile.

A C B D 25

5 p: R̃ę m: 15
5 m: R̃ę m: 15
25 m: m: 15 q̃d. eſt 40

Figur 2. Gerolamo Cardanos gennemregning af sine komplekse løsninger.

Kontraintuitive funktioner

I andre tilfælde er kalibreringen dog gået den anden vej. I slutningen af det 19. århundrede blev det fx klart, at man inden for rammerne af den matematiske analyse kunne konstruere kontraintuitive funktioner. En af dem beskriver fx en kurve, der kan udfylde en flade. Da matematiske kurver ikke har nogen bredde, er det i modstrid med vores geometriske intuition. Den slags "monsterfunktioner" gav matematikerne valget mellem at forlade den geometriske intuition eller at foretage grundlæggende revisioner i matematikken, og igen fandt en (til tider ophedet) diskussion sted. Denne gang valgte matematikerne dog at holde fast i det formelle resultat, selvom det bragte matematikken i modstrid med den fysiske virkelighed.

Endelig har matematikken været meget direkte påvirket af fysikken. Et berømt eksempel stammer fra Isaac Newtons differentialregning fra 1671 [5], hvor Newton, for at få det resultat, han ønsker, er nødt til at dividere med en størrelse, som han senere sætter til nul. Det er mildest talt dårlig matematik (da man ville få et andet resultat, hvis man foretog operationerne i omvendt rækkefølge), men i stedet for at forkaste Newtons resultater gav eftertidens matematikere sig til at finde mere solide metoder til at bevise dem, fordi de så åbenlyst var nyttige i naturbeskrivelsen. Det lykkedes

først i 1821, hvor Augustin-Louis Cauchy formulerede differentialregningens grundlag i termer af grænseovergange.

Matematik som et mangefacetteret fænomen

Eksempler som disse indikerer, at matematikken er andet og mere end en lagkage af konceptuelle afbildninger. Specielt har repræsentationer og regler for at manipulere dem været en drivende kraft i matematikkens udvikling, og det samme har samspillet med andre videnskaber, navnlig fysikken. Eksemplerne viser dog ikke, at Lakoff og Núñez' grundlæggende idé er forfejlet, kun at den er forsimplet. Hvis vi skal forstå, hvad matematik er, og hvorfor matematikken kan bruges i beskrivelsen af virkeligheden, er der god grund til at inddrage konceptuelle afbildninger, men man er også nødt til at forstå deres samspil med en lang række andre faktorer, herunder matematikeres brug af repræsentationer og de sociale forhandlinger, der ligger bag overordnede beslutninger om konstruktionen. Den grundlæggende præmis er dog frugtbar og giver en god mulighed for at forklare matematikkens anvendelighed: Matematik er en menneskelig konstruktion, der bl.a. via konceptuelle afbildninger har en klar forbindelse til strukturer, vi mennesker oplever i vores omgivelser, men den er samtidig en konstruktion, der er formet af vores ønsker og behov, herunder behov fra fysikken og ønsket om at være naturbeskrivende. Matematikken er dog også, som vi har set, formet af andre ønsker, og har specielt i det 20. århundrede været præget af en stigende grad af autonomi.

Endelig skal det tilføjes, at den naturalistisk-konstruktivistiske forklaringsramme, Lakoff og Núñez har været med til at etablere, er netop det: en ramme, som de ikke selv for alvor får fyldt ud. Det er heller ikke lykkedes andre at gøre det, og formentlig vil det aldrig ske. Matematikken er simpelthen for komplekst og mangefacetteret et fænomen til, at den kan passe ind i en simpel forklaring. Så der er stadig masser af gåder og ting at diskutere, også når det kommer til samspillet mellem matematik, fysik og den verden, vi oplever omkring os.

Litteratur

[1] J.S. Mill (1882 [1843]) A System of Logic, Ratiocinative and Inductive. 8. udg., Harper & Brothers, New York.

[2] G. Lakoff og R. Núñez (2000) Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being, Basic Books, New York.

[3] G. Cardano (2007 [1545]) The Rules of Algebra (Ars Magna). Oversat af T.R. Witmer, Dover Publications, New York.

[4] L. Euler (2000 [1755]) Foundations of Differential Calculus. Oversat af J.D. Blanton, Springer, New York.

[5] I. Newton og D.T. Whiteside (1964) The Mathematical Works of Isaac Newton, Bind 1, Johnson Reprint Corp, New York.

[6] M.W. Johansen og H.K. Sørensen (2014) Invitation til matematikkens videnskabsteori, Samfundslitteratur, Frederiksberg.

Mikkel Willum Johansen er lektor ved Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet. Hans primære forskningsområde er matematikkens videnskabsteori.

PFEIFFER VACUUM

Vacuum pumper

To-trins olielamelpumper
Promotionpris fra DKK 8.000

Tlf. 3166 8708
Lars.Scholte@pfeiffer-vacuum.dk
www.pfeiffer-vacuum.com

Fysisk matematik?

Mogens Esrom Larsen skrev i Kvant, årgang 18, nr. 3 (september 2007), side 26–31, en artikel om, hvordan matematikken blev fordrevet fra fysikken i nyere tid, så vi nu ser de to fag som parallelle. Matematikeren laver sine modeller, som fysikeren sammenligner med sin virkelighed, og så må den ligne eller ej! Men sådan har det ikke altid været, for fagene var engang flettet tæt sammen.
Læs eller genlæs artiklen på Kvants hjemmeside: http://kvant.dk/upload/kv-2007-3/kv-2007-3-MEL-fysmat.pdf

Topologisk kvantefeltteori - i krydsfeltet mellem matematik og fysik

Jørgen Ellegaard Andersen, Syddansk Universitet, og William Elbæk Mistegård, Institute for Science and Technology, Østrig

I denne artikel ser vi på samspillet mellem matematik og kvantefysik påbegyndt i 1980'erne med udgangspunkt i moderne gaugeteori. Vi fokuserer på den såkaldte topologiske kvantefeltteori. Vi illustrerer dermed, hvordan idéer fra fysikken leder til nye, dybe matematiske teorier, som på den ene side er interessante fra et rent matematisk perspektiv og på den anden side bidrager til at formalisere dele af fysikken, som før manglede et præcist grundlag.[1]

Samspillet mellem kvantefysik og ren matematik, specielt geometri og topologi, er inde i en yderst frugtbar periode, påbegyndt i 1980'erne, som er til gavn for begge videnskaber. Denne artikels hovedpointer er:

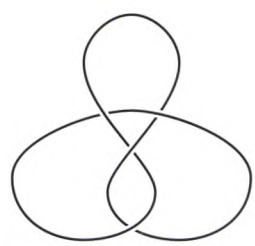
1. Idéer fra kvantefeltteori og strengteori fra fysik har ledt til dybe matematiske resultater og teorier og forbundet adskillige matematiske discipliner; alt sammen overraskende fra et matematisk perspektiv.
2. Det matematiske studium af disse teorier leder så tilbage til fysikken med et præcist matematisk grundlag for idéer inden for fysikken, som før hvilede på et ikke-stringent grundlag.

For den nysgerrige læser opremser vi her nogle af højdepunkterne: topologisk kvantefeltteori [1–4], Gromov-Witten-teori [5–7], spejlsymmetri [9, 10] og gauge/streng-dualitet [11]. Resultater inden for disse områder har flere gange ledt til den højeste pris inden for matematik, Fieldsmedaljen, og tilsammen udgør disse en fortløbende revolution i dynamikken mellem større og større dele af ren matematik involverende geometri, topologi, algebra og aspekter af talteori og så fysik.

Vi understreger, at påvirkningen imellem fysik og matematik er gensidig, og forskning inden for alle ovenstående discipliner involverer i dag både matematikere og fysikere. En af hovedårsagerne er, at nogle af de vigtigste idéer fra fysik faktisk er uden matematisk grundlag. Et yderst vigtigt eksempel herpå (punkt 2) er fysikeres brug af såkaldte *Feynman-sti-integraler* (path integrals) [12], som på trods af at mangle en matematisk definition (!) giver anledning til forudsigelser, som er verificeret med ekstremt høj præcision inden for standardmodellen for partikelfysik. En af de vigtigste opgaver for moderne matematik er at opnå et præcist grundlag for disse Feynman-sti-integraler. I det følgende ser vi nærmere på *topologisk kvantefeltteori (TQFT)*, som netop involverer disse Feynman-sti-integraler på central vis.

Knudeteori og topologisk kvantefeltteori

Dybest set handler topologi om kvalitative aspekter ved de overordnede former på geometriske figurer (kaldet topologiske rum). En knude K er et topologisk objekt, som populært sagt kan siges at være opnået ved at tage en snor eller flere og binde enderne sammen. Se figur 1, hvor vi illustrerer en knude.



Figur 1. Knude.

Et centralt matematisk problem er klassificeringen af knuder; hvilke forskellige knuder findes der, og hvordan afgør vi, om to knuder er ens? Nedenfor beskriver vi Jones-polynomiet: en metode opfundet af matematikeren V. Jones til (delvist) at klassificere knuder, og som gav anledning til fysikeren E. Wittens vision om kvante-Chern-Simons-teori som en såkaldt topologisk kvantefeltteori. Vigtigheden af disse opdagelser bidrog til, at V. Jones og E. Witten hver især blev tildelt Fieldsmedaljen. E. Witten er til dato den eneste fysiker, som har opnået denne pris.

Jones-polynomiet i knudeteori

I sit studium af operatoralgebraer opdagede V. Jones i [13] en såkaldt knude-invariant, som til en knude K associerer et Laurent-polynomium med heltalskoefficienter, nu kaldet Jones-polynomiet

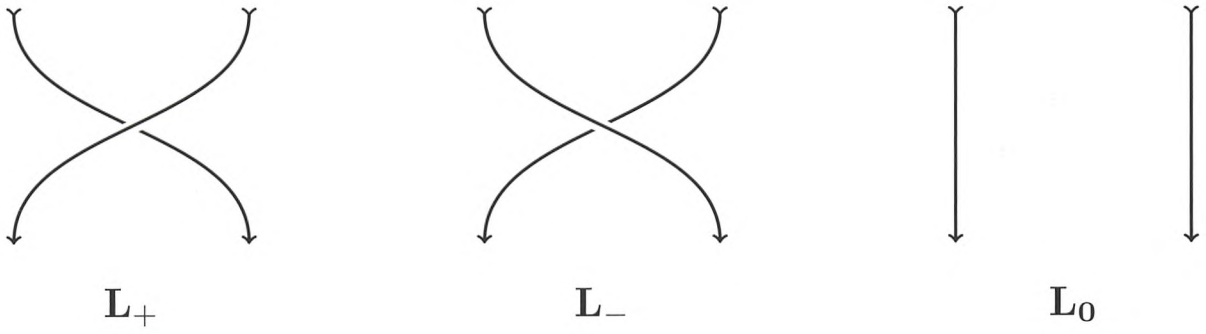
$$\mathrm{V}(K,t) \in \mathbb{Z}[t,t^{-1}].$$

Jones-polynomiet opfylder den såkaldte Skein-relation (1). Lad L_+, L_- og L_0 være tre knuder, som er identiske på nær i et lille område, hvor de adskiller sig som illustreret i figur 2.

Skein-relationen giver for en sådan trippel L_+, L_-, L_0 følgende formel

$$t\,\mathrm{V}(L_+,t) - t^{-1}\,\mathrm{V}(L_l,t) = (t^2 - t^{-2})\,\mathrm{V}(L_0,t). \quad (1)$$

[1]Forskerne bag denne artikel er delvist finansieret af ERC-Synergy-projektet, *Recursive and Exact New Quantum Theory (ReNewQuantum)*, som er støttet af det Europæiske Forskningsråd (ERC) som del af den Europæiske Unions Horizon 2020 forsknings- og innovationsprogram med bevillingsaftale nr. 810573



Figur 2. Skein-trippel.

Sammen med to andre egenskaber (som er naturlige fra et kvanteperspektiv), så er Jones-polynomiet bestemt af denne formel.

Jones-polynomiet blev af Jones defineret kombinatorisk ved at betragte et knude-diagram, som er en todimensionel projektion af knuden (som selv er et tredimensionelt objekt). Der var meget stor interesse omkring Jones' nye knude-polynomium, idet det var en langt bedre knudeinvariant, end man hidtil havde haft, og en af verdens top-matematikere, Sir Michael Atiyah, tog straks fat i denne invariant og fremhævede den som en af de større matematiske opdagelser i tiden. Det skal understreges, at Sir Michael Atiyah ikke var hr. hvem-som-helst. Han var omkring den tid en af verdens absolut førende matematikprofessorer – først ved Oxforduniversitet derefter ved Cambridgeuniversitet og samtidig leder af Trinity College i Cambridge og præsident for Royal Society i England, noget som kun han og Sir Isaac Newton nogensinde har opnået. Men Atiyah var ikke helt tilfreds med definitionen af Jones-polynomiet, idet den afhang af en 2D-projektion af knuden. Han udfordrede derfor verdens matematikere til at komme med en ny definition af Jones-polynomiet, som er intrinsisk – det vil sige, at den ikke benytter en 2D-projektion. Denne udfordring blev taget op af fysikeren E. Witten, som leverede et grandiost svar i form af visionen om kvante-Chern-Simons-teori som en topologisk kvantefeltteori!

Wittens kvante-Chern-Simons-teori

Chern-Simons-teori [14] er en af de vigtigste gauge-teorier i matematisk fysik. Teorien lader sig vanskeligt beskrive uden moderne matematisk terminologi, men vi fremhæver det strukturelt set vigtige. Vi har et virkningsfunktionale S, og ligesom i klassisk mekanik tilsiger Euler-Lagrange-ligningerne, at teoriens løsninger er givet ved ekstremaer for S, det vil sige løsninger x til $\mathrm{d}\,\mathrm{S}_x = 0$. Et godt eksempel på en gauge-teori, som formentligt er læseren bekendt, er Maxwells teori om elektromagnetisme.

I Chern-Simons-teori er virkningsfunktionalet $\mathrm{S}(\alpha)$ defineret for en $\mathrm{SU}(n)$-konnektion α på et principalt bundt P over en tre-mangfoldighed M_3 (et tredimensionelt topologisk rum) og Euler-Lagrange-ligningerne fortæller, at de klassiske løsninger i Chern-Simons-teori er givet ved de såkaldt flade konnektioner (dem, hvis krumning forsvinder)

Virkningsfunktionalet:

$$\mathrm{S}(\alpha) = \tfrac{1}{8\pi^2} \int_{M_3} \mathrm{tr}\left(\alpha\,\mathrm{d}\,\alpha + \tfrac{2}{3}\alpha^3\right),$$

Euler-Lagrange-ligningen:

$$\mathrm{d}\,\mathrm{S}_\alpha = 0 \iff \mathrm{d}\,\alpha + \tfrac{1}{2}[\alpha \wedge \alpha] = 0.$$

Feynman-sti-integraler og perturbationsteori

For at forklare Wittens idé om kvante-Chern-Simons, vil vi kort sige et par ord om Feynmans sti-integraler. Idéen om sti-integraler har oprindelse i dobbeltspalte-eksperimentet i kvantemekanik. Uden at gå i detaljer her, kan man forenklet sige, at Feynmans ide er, at en forventningsværdi for en proces P skal udregnes som gennemsnittet over alle tænkelige måder, hvorpå processen kan forløbe, vægtet med $\Psi_P \exp\left(\frac{i}{\hbar}\,\mathrm{S}\right)$, hvor S er virkningsfuntionalet, $\hbar$ er Plancks konstant og Ψ_P er overgangsamplituden. Eksempelvis kunne P være processen, at en partikel bevæger sig fra et sted A til et andet sted B, i dette eksempel er forventningsværdien givet ved et Feynman-sti-integral af alle mulige kurver γ fra A til B

$$\langle P \rangle = \int \Psi_P(\gamma) \exp\left(\frac{i}{\hbar}\,\mathrm{S}(\gamma)\right) \mathcal{D}\gamma \qquad (2)$$

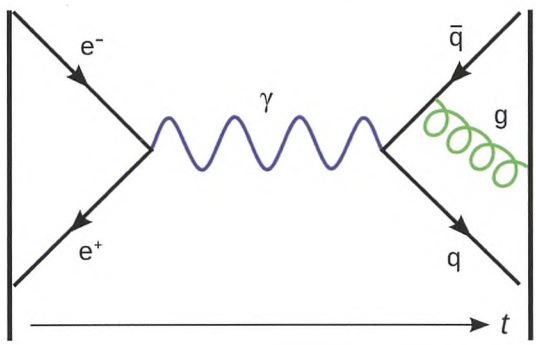
Problemet er, at det formelt er et integral over rummet af alle tænkelige måder, hvorpå processen P kan forløbe, og at det *ikke er muligt at integrere over dette rum!* Dette rum er uendeligt dimensionelt, og man kan matematisk bevise, at der ikke findes en passende integrationsteori i sådanne situationer!

Dog kan man alligevel benytte formel (2) heuristisk til at opnå forudsigelser, som vi vil diskutere en anelse mere nedenfor. Dette kaldes *perturbations-teori* og er hovedmetoden, hvormed man laver beregninger i kvantefeltteori. Heuristisk set beror dette på en såkaldt stationær fase-approksimation, og det giver en lokalisering til de stationære punkter for virkningsfunktionalet S, svarende til de klassiske løsninger ($\mathrm{d}\,\mathrm{S}_x = 0$):

$$\langle P \rangle \sim \sum_{x:\ \mathrm{d}\,\mathrm{S}_x = 0} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\,\mathrm{S}(x)\right) \sum_{m=0}^{\infty} \mathrm{Z}_x^{(m)}\,\hbar^m.$$

Faktisk er dette et af de stærkeste aspekter af Feynmans ide; foruden at levere ekstremt præcise forudsigelser, forklares sammenhængen imellem klassisk teori og

kvanteteori igennem perturbationsteori. Dette er i overensstemmelse med en af Bohrs centrale idéer for kvantemekanik, som vi vender tilbage til i afsnittet om Bohrs korrespondensprincip. Den interesserede læser, som gerne vil vide mere om Feynmans sti-integraler, kan konsultere monografien [15]. Koefficienterne $Z_x^{(m)}$ udregnes som summer af såkaldte *Feynman-diagrammer* eksemplificeret i figur 3. Et Feynman-diagram er en anskueliggørelse af en fysisk proces i grafisk form. Brugen af Feynman-diagrammer har været en stærk drivkraft i udviklingen af moderne knudeteori [16].



Figur 3. Feynman-diagram.

Wittens ide

Vi vender nu tilbage til Chern-Simons-teori og Witten. Lad K være en knude, lad $\mathcal{W}_K$ være Wilsons løkkeoperator (som vanskeligt lader sig beskrive i lægmands termer), lad $\mathcal{A}$ være rummet af konnektioner og lad $k \in \mathbb{N}$ være et positivt heltal (dvs. et tal i rækken $1, 2, 3, 4, 5, \ldots$). Wittens geniale indsigt er, at Jones-polynomiet kan udregnes som forventningsværdien (3) for $\mathcal{W}_K$, og han argumenterede for dette ved at bevise, at det relevante Feynman-sti-integral opfyldte Skein-relationen (1)

$$\mathrm{V}(K, \exp(2\pi i/(k+n))$$

$$= \int_{\mathcal{A}} \exp\left(2\pi i k\, \mathrm{S}(A)\right) \cdot \mathcal{W}_K(A)\, \mathcal{D}A \qquad (3)$$

Witten bemærkede, at man på denne vis giver en intrinsisk definition og samtidig generaliserer Jones-polynomiet til knuder i potentielt mere komplicerede tredimensionelle rum. Ydermere argumenterede han for, at hele teorien ville være et eksempel på en såkaldt topologisk kvantefeltteori. Det store problem var dog, at Feynman-sti-integralet i højresiden af (3) ikke umiddelbart kan tilskrives en matematisk mening, som ovenfor beskrevet. Dette problem blev der rådet bod på, med matematikerne N. Reshetikhin og V. Turaevs banebrydende arbejde, som vi kort vil beskrive nedenfor.

Reshetikhin og Turaevs topologiske kvantefeltteori

Selvom E. Wittens formler hvilede på et ufuldstændigt grundlag, lykkedes det føromtalte Sir M. Atiyah i [1] at aksiomatisere, hvilke egenskaber en såkaldt topologisk kvantefeltteori (TQFT) skulle opfylde. Ved hjælp af avanceret algebra (såkaldt repræsentationsteori for kvantegrupper) lykkedes det N. Reshetikhin og V. Turaev i [2, 3] at definere en topologisk kvantefeltteori

$$\tau_k : \mathrm{Cob}(3) \to \mathrm{Vect},$$

og dette på stringent matematisk vis. Vi uddyber nu, hvad dette indebærer. Til en kompakt orienteret flade (et todimensionelt rum med et valg af "normal vektor") Σ associerer en TQFT et endeligt dimensionalt Hilbertrum

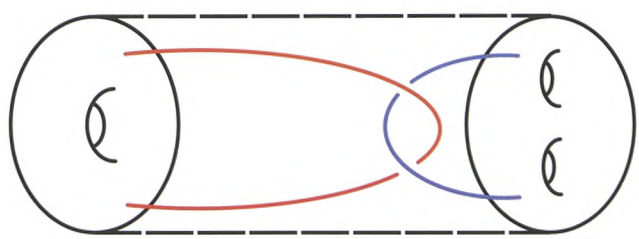
$$\text{Hilbert rum:} \qquad \Sigma \mapsto \mathrm{V}_k(\Sigma).$$

I overensstemmelse med den probabilistiske natur af kvanteteori tilskrives den disjunkte forening af to flader tensorproduktet af vektorrummene, mens fladen med modsat orientering tilskrives det duale vektorrum og den tomme flade tilskrives den komplekse plan

$$\text{Multiplikativitet:} \quad \mathrm{V}_k(\Sigma_1 \sqcup \Sigma_2) = \mathrm{V}_k(\Sigma_1) \otimes \mathrm{V}_k(\Sigma_2),$$
$$\text{Dualitet:} \quad \mathrm{V}_k(-\Sigma) = \mathrm{V}_k(\Sigma)^*,$$
$$\text{Normalisering:} \quad \mathrm{V}_k(\emptyset) = \mathbb{C}.$$

Til en kompakt orienteret tre-mangfoldighed M_3 med rand $\partial M_3 = (-\Sigma) \sqcup \Sigma'$ som i figur 4, tildeler TQFT'en en lineær operator

$$\text{Lineær operator:} \quad \tau_k(M_3) : \mathrm{V}_k(\Sigma) \to \mathrm{V}_k(\Sigma').$$



Figur 4. En cobordisme $M_3 : \Sigma \to \Sigma'$.

Heuristisk set kan læseren opfatte M_3 som en model for rum-tiden, hvor rummet udvikles fra Σ til Σ', dog i en verden, hvor der kun er to dimensioner som i planen og så tiden som den tredje dimension.

Kvanteinvarianten som Chern-Simons-partitionsfunktion

I tilfældet, hvor vi har en orienteret lukket tre-mangfoldighed M_3, dvs. uden rand $\partial M_3 = \emptyset$ (husk $\emptyset$ betegner den tomme mængde), tildeles tre-mangfoldigheden M_3 et komplekst tal kaldet *kvanteinvarianten*

$$\text{kvanteinvarianten:} \qquad \tau_k(M_3) \in \mathbb{C}.$$

Det er bredt accepteret, at kvanteinvarianten er en stringent matematisk model for det Feynman-sti-integral, som i princippet skulle give en formel for partitionsfunktionen i Chern-Simons-teori. Med andre ord, hvis vi lader $\mathcal{A}(M_3)$ betegne rummet af konnektioner over M_3, så betragter vi kvanteinvarianten som definition af Feynman-sti-integralet på højresiden i ligning (4)

$$\text{Definition:} \quad \tau_k(M_3) = \int_{\mathcal{A}(M_3)} \exp(2\pi i k\, \mathrm{S}(\alpha)) \mathcal{D}\alpha. \qquad (4)$$

Vigtigheden heraf kan ikke understreges nok; udover at kvanteinvarianten og hele TQFT'en er et uhyre interessant fænomen set fra et matematisk perspektiv, så giver den i et bredere perspektiv anledning til en dybere matematisk forståelse af kvantefeltteori og Feynman-sti-integraler! Her har vi altså et eksempel på Punkt 2, hvor de nye input i matematik fra fysikken giver anledning til, at vi kan rigorisere fysikken.

Tilbageværende udfordringer

På trods af, at TQFT'en τ_k opfattes som en stringent matematisk model for kvante-Chern-Simons-teori, er der en række store udfordringer med at præcisere denne fortolkning, i og med at Reshetikhin og Turaev-konstruktionen går igennem kvantegrupper, som i udgangspunktet intet har med Chern-Simons-teori at gøre. Vi vil i næste afsnit, og i afsnittet om Bohrs korrespondensprincip, se nærmere på nogle af disse udfordringer, hvoraf nogle af dem er genstand for fortløbende arbejde.

Modular functors, konform feltteori og kvantisering

E. Wittens artikel gav også et forslag til, hvordan Hilbert-rummet til en flade Σ skulle realiseres og dette igennem:

1. kvantisering $\mathrm{V}_k^{(\mathrm{CS})}(\Sigma)$ af modulirummet $\mathcal{M}_{\mathrm{Flat}}(\Sigma)$ af fladekonnektioner og
2. konform feltteori $\mathrm{V}_k^{(\mathrm{CFT})}(\Sigma)$ for Σ.

Begge tilgange har en klar fysisk betydning, hvorimod konstruktionen igennem repræsentationsteori for kvantegrupper er mindre fysisk transparent jævnfør afsnittet ovenfor om *Tilbageværende udfordringer*. Det var derfor af stor betydning at bevise, at de 3 tilgange er identiske, hvilket blev bevist i [17–20]

$$\mathrm{V}_k^{(\mathrm{CS})}(\Sigma) \simeq \mathrm{V}_k^{(\mathrm{CFT})}(\Sigma) \simeq \mathrm{V}_k(\Sigma). \tag{5}$$

Faktisk udgør $\mathrm{V}_k(\Sigma)$ en såkaldt *modular functor*, med meget intrikate algebraiske egenskaber som vi beviser i artiklen [21]. I forbindelse med anvendelse inden for fysikken vil vi nævne, at modular functors har forbindelse til topologiske kvantecomputere jævnfør Freedmans artikler [22, 23].

Bohrs korrespondensprincip og Chern-Simons-teori

En af Niels Bohrs hovedteser er kendt som *Bohrs korrespondensprincip* og går ud på, at kvantemekanik kan approksimere klassisk mekanik i grænsen $\hbar \to 0$, hvor $\hbar$ er Plancks konstant. Dette kan formuleres matematisk præcist, og de relevante teknikker fra matematikken kaldes semi-klassisk analyse. Princippet er af afgørende betydning for forholdet mellem klassisk fysik og kvantefysik.

Den asymptotiske ekspansionsformodning

I overensstemmelse med Bohrs ide om semi-klassisk approksimation forventer man, at kvanteinvarianten $\tau_k(M_3)$ for høje værdier af $k(= 1/\hbar)$ er approksimeret af de flade konnektioner. Dette er præciseret i *Asymptotisk Ekspansionsformodningen* [24], som siger, at for enhver konnektion α i modulirummet af flade konnektioner $\mathcal{M}_{\mathrm{Flat}}(M_3)$ findes et rationelt tal $d_\alpha \in \mathbb{Q}$ og en potensrække i $1/k$

$$\mathrm{Z}_\alpha(1/k) = \mathrm{Z}_\alpha^{(0)} + \mathrm{Z}_\alpha^{(1)}\, k^{-1} + \mathrm{Z}_\alpha^{(2)}\, k^{-2} + \mathrm{Z}_\alpha^{(3)}\, k^{-3} + \cdots, \tag{6}$$

som tilsammen giver ekspansionen (7) af kvanteinvarianten

$$\tau_k(M_3) \sim_{k\to\infty} \sum_{\alpha \in \mathcal{M}_{\mathrm{Flat}}(M_3)} \exp(2\pi i k\, \mathrm{S}(\alpha)) k^{d_\alpha}\, \mathrm{Z}_\alpha(1/k). \tag{7}$$

Som nævnt er dette af afgørende betydning for sammenhængen mellem klassisk fysik og kvantefysik, og vi beviser formodningen for visse tre-mangfoldigheder i artiklerne [25, 26].

Perturbationsteori og resurgence

Rækkerne Z_α i (6) er de såkaldte perturbative rækker, som kan udregnes ved hjælp af Feynman-diagrammer. Det er denne metode, som er enormt succesful inden for kvantefeltteori. En stor teoretisk udfordring her er, at disse rækker næsten altid *divergerer*, hvilket forenklet sagt betyder, at summen ikke kan tilskrives et tal (men må betragtes formelt).

Vi er i færd med (i samspil med en lang række andre matematikere og fysikere verden over) at videreudvikle en teori kaldet *resurgence* [27], som tillader os at tilskrive tal til disse perturbationsrækker gennem såkaldt resummation. Resurgence tager udgangspunkt i formlen (2), og idéen er at tillade såkaldte *komplekse felter* $\alpha + i\beta$, og udvide virkningsfunktionalet S holomorft til disse (hvorpå det kan antage komplekse værdier!). Den matematisk interesserede læser, som gerne vil vide mere om resurgence, kan konsultere vores artikel [26] og anden-forfatterens afhandling [28].

Afrunding

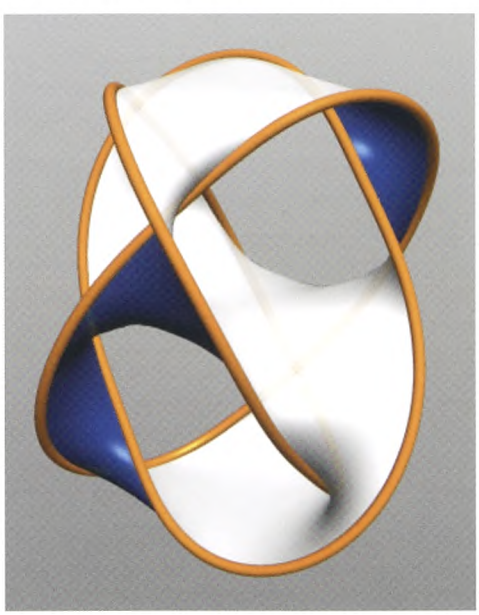
Vi har i denne artikel set, hvordan Wittens fysiske fortolkning af Jones-polynomiet som en forventningsværdi i Chern-Simons-teori gav anledning til den matematiske konstruktion af en TQFT af Reshetikhin og Turaev, og hvordan forskning inden for denne TQFT giver nye indsigter i naturen af Feynman-sti-integraler. Forhåbentligt vil vores arbejde med resurgence kaste nyt lys over perturbationsteori, og derved give endnu mere tilbage til fysikken.

Samspillet mellem matematik og fysik (især mellem geometri og topologi på den matematiske side, og kvantefeltteori og strengteori på den fysiske side) er som før nævnt en fortløbende revolution, hvis ramifikationer til stadighed ikke er fuldt ud forstået inden for nogen af de to videnskaber. Vi afslutter denne artikel med kort at belyse endnu et eksempel på dette samspil, som er på sit begyndende stadie; nemlig gauge/string-dualitet som på fysikkens side forbinder kvantefeltteori med strengteori, og på matematikkens side forbinder (ganske overraskende) TQFT og knudeteori med Gromov-Witten-teori.

Gauge/string-duality og TQFT/Gromov-Witten-teori

En dualitet i fysik er en forbindelse mellem to tilsyneladende forskellige systemer. Set fra et matematisk synspunkt, kan man betragte en dualitet som en magisk portal, der forbinder to forskellige verdener, der i udgangspunktet ikke ser ud til at have noget med hinanden at gøre. Spejlsymmetri [9, 10] er et eksempel på dualitet. E. Witten er fortaler for (se [29]), at dualiteter kommer til at spille en afgørende rolle i fremtidens fysik, og dette har også forbindelse til Chern-Simons-teori og TQFT, som vi nu vil beskrive.

I strengteori spiller Riemann-flader en central rolle som såkaldte verdensflader (af engelsk: *world sheets*), der er en todimensionel udvidelse af begrebet verdenslinjer, for propagerende strenge. Analogt med Chern-Simons-teori og TQFT kan visse strengteorier formuleres matematisk præcist. De centrale matematiske størrelser er de såkalde Gromov-Witten-(GW)-invarianter. Disse GW-invarianter kan ses som integraler over modulirummet $\mathcal{M}$ af Riemann-flader indlejret i en højere dimensional rumtid. Givet en matematisk knude K, findes der en såkaldt Seifert-Riemann-flade for K, som er en Riemann-flade S med rand $\partial S = K$ (figur 5).



Figur 5. En Seifertflade.

Der er nu stærk evidens for [30, 31], at der findes en såkaldt gauge/string-duality, der forbinder Gromov-Witten-teori for Riemann-flader S med rand-betingelse $\partial S = K$ til Jones-Witten-teori for knuden K! Dette er en helt ny retning inden for matematik, som skaber overraskende forbindelser mellem algebraisk geometri og topologi!

Litteratur

[1] M. F. Atiyah (1988) Topological quantum field theory. *Publications Mathématiques de l'IHÉS*, bind **68**, side 175–186.

[2] N. Reshetikhin og V. G. Turaev (1991) Invariants of 3-manifolds via link polynomials and quantum groups. *Invent Math*, bind **103**, side 547–597.

[3] N. Y. Reshetikhin og V. G. Turaev (1990) Ribbon graphs and their invariants derived from quantum groups. *Comm. Math. Phys.*, bind **127**, side 1–26.

[4] E. Witten (1989) Quantum field theory and the Jones polynomial. *Comm. Math. Phys.*, bind **121**, side 351–399.

[5] M. Gromov (1985) Pseudo holomorphic curves in symplectic manifolds. *Invent. Math.*, bind **82**, side 307–347.

[6] E. Witten (1998) Topological sigma models. *Comm. Math. Phys.*, bind **118**, side 411–449.

[7] E. Witten (1991) Two-dimensional gravity and intersection theory on moduli space. In *Surveys in Differential Geometry (Cambridge, MA, 1990)*, side 243–310. Lehigh Univ., Bethlehem, PA.

[8] S. K. Donaldson og R. P. Thomas (1998) Gauge theory in higher dimensions. In *The Geometric Universe (Oxford, 1996)*, side 31–47, Oxford Univ. Press, Oxford.

[9] M. Kontsevich (1995) Homological algebra of mirror symmetry. In *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 1, 2 (Zürich, 1994)*, side 120–139, Birkhäuser, Basel.

[10] A. Strominger, S.-T. Yau og E. Zaslow (1996) Mirror symmetry is T-duality. *Nuclear Physics B*, bind **479**, side 243–259.

[11] H. Ooguri og C. Vafa (2000) Knot invariants and topological strings. *Nuclear Phys. B*, bind **577**, side 419–438.

[12] R. P. Feynman og A. R. Hibbs (2020) *Quantum Mechanics and Path Integrals*. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, rev. udg. med forord af D. F. Styer.

[13] V. F. R. Jones (1985) A polynomial invariant for knots via von Neumann algebras. *Bull. Amer. Math. Soc.*, bind **12**, side 103–111.

[14] D. S. Freed (1995) Classical Chern-Simons Theory, 1. *Advances in Mathematics*, bind **113**, side 237–303.

[15] G. W. Johnson og M. L. Lapidus (2000) *The Feynman Integral and Feynman's Operational Calculus*. Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York. Oxford Science Publications.

[16] L. H. Kauffman (1991) *Knots and Physics*, bind 1 i *Series on Knots and Everything*. World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ.

[17] J. E. Andersen og K. Ueno (2007) Abelian conformal field theory and determinant bundles. *Int. J. Math.*, bind **18**, side 919–993.

[18] J. E. Andersen og K. Ueno (2007) Geometric construction of modular functors from conformal field theory. *J. Knot Theory Ramifications*, bind **16**, side 127–202.

[19] J. E. Andersen og K. Ueno (2012) Modular functors are determined by their genus zero data. *Quantum Topol.*, bind **3**, side 255–291.

[20] J. E. Andersen og K. Ueno (2015) Construction of the Witten–Reshetikhin–Turaev TQFT from conformal field theory. *Invent. math.*, bind **201**, side 519–559.

[21] J. E. Andersen og W. Petersen (2017) Construction of modular functors from modular tensor categories. I *Quantum Geometry of Moduli Spaces with Applications to TQFT and RNA Folding*, bind 25 af *Trav. Math.*, side 147–211. Fac. Sci. Technol. Commun. Univ. Luxemb., Luxembourg.

[22] M. H. Freedman, A. Kitaev og Z. Wang (2002) Simulation of topological field theories by quantum computers. *Comm. Math. Phys.*, bind **227**, side 587–603.

[23] M. H. Freedman, A. Kitaev, M. J. Larsen og Z. Wang (2003) Topological quantum computation. I *American Mathematical Society. Bulletin. New Series*, bind **40**, side 31–38. Mathematical challenges of the 21st century (Los Angeles, CA, 2000).

[24] J. E. Andersen (2013) The Witten–Reshetikhin–Turaev invariants of finite order mapping tori I. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, nr. 681, side 1–38.

[25] J. E. Andersen og W. E. Petersen (2019) Asymptotic expansions of the Witten–Reshetikhin–Turaev invariants of mapping tori I. *Trans. Amer. Math. Soc.*, bind **372**, side 5713–5745.

[26] J. E. Andersen og W. E. Mistegård (2020). Resurgence Analysis of Quantum Invariants of Seifert Fibered Homology Spheres. *arXiv:1811.05376 [math]*.

[27] A. Behtash m.fl. (2017) Toward Picard-Lefschetz theory of path integrals, complex saddles and resurgence. *Ann. Math. Sci. Appl.*, bind **2**, side 95–212.

[28] W. E. Mistegård (2019) *Quantum Invariants and Chern-Simons Theory*. Ph.d.-afhandling, Aarhus Universitet.

[29] N. Wolchover (2017) A Physicist's Physicist Ponders the Nature of Reality www.quantamagazine.org/edward-witten-ponders-the-nature-of-reality-20171128/.

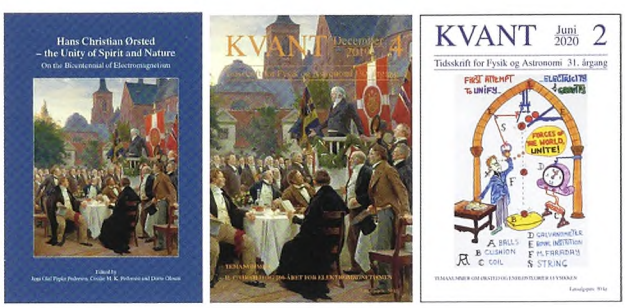
[30] A. Brini, B. Eynard og M. Mariño (2012) Torus knots and mirror symmetry. *Ann. Henri Poincaré*, bind **13**, side 1873–1910.

[31] T. Ekholm og V. Shende (2019) Skeins on Branes. *arXiv:1901.08027 [hep-th]*.

Jørgen Ellegaard Andersen er professor, leder af Center for Kvantematematik samt Chair ved Danish Institute for Advanced Studies ved SDU. Hans forskningsområde ligger i krydsfeltet mellem geometri/topologi og kvantefeltteori.

William Elbæk Mistegård er ph.d. i matematik fra Aarhus universitet (vejledt af Jørgen Ellegaard Andersen), og arbejder nu som postdoc i matematik på Institute for Science and Technology Austria. Han forsker i topologisk kvantefeltteori og geometri/topologi.

Ørstedbøger og -temahæfter



SNU har i år udgivet bogen "Hans Christian Ørsted – the Unity of Spirit and Nature". Bogen er på engelsk og det ene af i alt 12 signaturprojekter, som via det nationale formidlingsinitiativ "HCØ2020" fejrede 200-året for Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen.

Jubilæumsbogen er smukt illustreret og indeholder en stor samling af artikler, der tidligere har været udgivet i Kvant, bl.a. alle artiklerne om Ørsted fra Kvants temanummer i december 2019, men der er også enkelte nye artikler.

Bogen er på 152 sider og koster 179 kr. Den kan bestilles online hos Polyteknisk Boghandel på www.polyteknisk.dk/hco2020, og kan købes af medlemmer af SNU til favørpris ved SNUs foredrag.

Bogen er redigeret af Jens Olaf Pepke Pedersen, Cecilie M. K. Pedersen og Dorte Olesen, og udgivelsen er støttet af Augustinus Fonden, Dronning Margrethe og Prins Henriks Fond samt Grosserer George Jorck og hustru Emma Jorck's Fond.

Kvant sælger også enkelteksemplarer af temanummeret om Ørsted og opdagelsen af elektromagnetismen (Kvant nr. 4, december 2019) for 25 kr./stk, mens temanummeret om Ørsted og enhedsteorier i fysikken (Kvant nr. 2, juni 2020) koster 50 kr./stk. Hæfterne kan bestilles på kvant@kvant.dk, og de sendes for 25 kr. uanset antal. Kvant nr. 4, december 2018 med historien om elektromagnetismen af Laila Zwisler kan fås for 25 kr./stk.

Det er også muligt at købe en samlepakke med de seneste tre årgange af Kvant for i alt 300 kr. inklusive forsendelse.

Har du ikke modtaget Kvant?

Kvant omdeles med Bladkompagniet. Såfremt du ikke har modtaget bladet, beder vi dig i første omgang om at rette henvendelse til Bladkompagniets kundeservice på telefon 44517570 hverdage mellem kl. 8 og kl. 15. Bladkompagniet kan efterlevere et erstatningseksemplar. Redaktionen vil imidlertid også gerne orienteres på en mail til kvant@kvant.dk, så vi kan tage sagen op, hvis bladet udebliver gentagne gange.

Kvantecomputere og grafteori

Ulrich Hoff, Jonas Schou Neergaard-Nielsen, Mikkel Vilsbøll Larsen og Ulrik Lund Andersen, bigQ, DTU Fysik

Kvantecomputeren er en realitet, men har indtil videre ikke nok qubits til virkelig at demonstrere sit værd. En lovende mulighed for at skalere til store qubitantal er at lave rent optiske kvantecomputere, hvor information processeres gennem målinger på store entanglede klyngetilstande af lys. I denne artikel illustrerer vi, hvordan grafteorien giver en bekvem beskrivelse af sådanne klyngetilstande, og hvordan de eksperimentelt kan realiseres i laboratoriet og udnyttes som grundlag for en optisk kvantecomputer.

A billion dollar question

"Can physics be simulated by a universal computer?" [1]. Netop det spørgsmål holdt den amerikanske Nobelprisvinder i fysik, Richard P. Feynman, et foredrag over i 1982. Hans spørgsmål gik ikke på, hvorvidt man kan simulere den klassiske fysiks tilnærmede beskrivelse af naturen, men derimod om det er muligt at simulere den underliggende kvantefysik:

> [...] the physical world is quantum mechanical, and therefore the proper problem is the simulation of quantum physics [...]. I want to talk about the possibility that there is to be an exact simulation, that the computer will do exactly the same as nature [1].

Derudover ville han have, at simulationen skulle være effektiv:

> If doubling the volume of space and time means I'll need an exponentially larger computer, I consider that against the rules [1].

I sin analyse af problemet betragtede Feynman to mulige tilgange – enten at simulere kvantefysikken ved hjælp af en sædvanlig computer eller at bygge en ny type computer, der i sig selv er et kvantefysisk system, en kvantecomputer. Den første mulighed sendte han til tælling med reference til kvantefysikkens ikkelokale korrelationer, også kaldet "entanglement", som ikke lader sig beskrive inden for den klassiske fysiks rammer. Det viste John Bell allerede i 1964 [2], og det er efterfølgende blevet demonstreret igen og igen i talrige eksperimenter [3, 4]. I karakteristisk kontante vendinger konkluderede Feynman:

> That's all. That's the difficulty. That's why quantum mechanics can't seem to be imitable by a local classical computer [1].

Anderledes optimistisk var hans holdning til ideen om en kvantecomputer, og han havde en klar formodning om, at det ville være muligt at konstruere en helt ny klasse af computere med potentiale til at simulere alt.

> I therefore believe it's true that with a suitable class of quantum machines you could imitate any quantum system, including the physical world.

Hvordan en sådan maskine konkret skulle realiseres, og om der eventuelt kunne være et hierarki blandt kvantesystemer, i forhold til deres muligheder for at simulere hinanden, lod han stå som et åbent spørgsmål:

> [W]e should try to find out what kinds of quantum mechanical systems are mutually intersimulatable, and try to find a specific class, or a character of that class which will simulate everything. What, in other words, is the universal quantum simulator? [1]

Svaret er: ja!

Den handske, Feynman kastede, blev samlet op flere forskellige steder rundt omkring i verden. I 1992 gav briterne David Deutsch og Richard Jozsa det første eksempel på "computation by quantum parallelism" [5], der på slående vis illustrerer, hvordan kvantecomputeren internt kan processere information parallelt, og dermed hurtigere, i kraft af superpositionstilstande. Året efter beskrev amerikaneren Seth Lloyd en realiserbar arkitektur for en kvantecomputer [6], og i 1996 besvarede han Feynmans spørgsmål med et rungende "yes". Ved at indkode information i simple to-niveau-kvantesystemer, også kaldet kvantebits eller qubits, og koble og kohærent manipulere dem ved hjælp af et universelt sæt af gates, kan man skabe en programmerbar maskine, der kan simulere et vilkårligt kvantesystem. Med andre ord: kvantecomputeren er en universel kvantesimulator [7]. Muligheden for eksakte simuleringer af komplekse kvantefysiske systemer åbner op for et væld af anvendelser inden for fx materialeforskning, biofysik og farmaci, og det er nogle af motivationerne bag udviklingen af kvantecomputere.

NISQ

Som så mange gange før inden for fysikken, så er teorien også årtier foran eksperimenterne, når det gælder kvantecomputeren. Plantegningerne for den gatebaserede kvantecomputer har ligget klar siden 1990'erne, og det samme gælder killer applications som Shors

algoritme til primtalsfaktorisering [8], men hardwaren volder problemer. Det kniber med at finde en qubitplatform, der er modstandsdygtig over for omgivelsernes støj, kan bevare de skrøbelige kvantetilstande længe nok og kan skaleres til millioner eller bare tusinder i antal; og det kniber med at frembringe gates, der kan manipulere qubits med tilstrækkelig høj præcision og reproducerbarhed. Derfor omtales den aktuelle status for kvantecomputerteknologien ofte som NISQ-æraen – Noisy Intermediate-Scale Quantum technology [9].

Det er for nuværende tech-giganter som Google og IBM, der fører an, i tæt parløb med universitetslaboratorier, og den fremherskende platform er såkaldte transmon-qubits baseret på superledende Josephson-junctions. En konkurrerende tilgang er at bruge fangede ioner som qubits og implementere gates vha. laser- og mikrobølgepulser. Det giver super "rene" qubits, fordi de udgøres af individuelle atomare systemer fuldstændig isoleret fra omverdenen, og gateoperationerne kan udføres nærmest perfekt. Gennem årtiers grundforskning inden for atomfysik og ionfælder har forskerne lært at kontrollere vekselvirkningen mellem atomer og elektromagnetisk stråling med formidabel præcision (det modtog David J. Wineland og Serge Haroche Nobelprisen i fysik for i 2012 [10]).

I 2019 kunne Google annoncere, at de ved hjælp af deres "Sycamore"-processor med 53 effektive transmon-qubits havde gennemført en beregning på 200 sekunder, som på den kraftigste supercomputer ville have taget 10.000 år [11]. En efterfølgende diskussion mellem Google og IBM omkring estimeringen af den klassiske beregningstid førte dog til, at de 10.000 år blev til 2,5 dage. Selvom den konkrete opgave, der blev løst, var af meget begrænset praktisk relevans og skræddersyet til netop at demonstrere kvantecomputerens overlegenhed, så er det den første demonstration af kvantecomputerens formåen og potentiale til at udføre beregninger, der er praktisk umulige for sædvanlige klassiske computere, og dermed et afgørende skridt i teknologiens udviklingshistorie. Men når det er sagt, så er det stadig meget usikkert, om en gate-baseret kvantecomputer med superledende qubits er den rette vej at gå, primært på grund af udfordringerne med at skalere antallet af qubits.

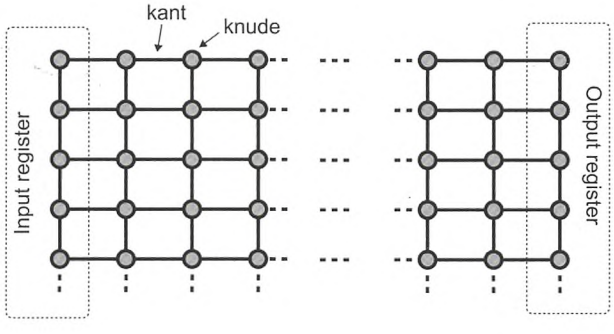
IBM annoncerede i september 2020 et roadmap for at nå 1000 qubits i 2023, men det er stadig i omegnen af en faktor 10 for lidt til at bryde RSA2048 med Shors algoritme – vel at mærke uden at tage højde for, at et forventet qubit overhead på mindst 100:1 er nødvendig til fejlkorrektion. Og dertil kommer alle de gates, der skal bruges for at implementere algoritmen. En Intel Core i5-processor, som den der benyttes i skrivende stund, består af 1,75 milliarder transistorer, og med 3-5 transistorer per gate svarer det til 400-500 millioner gates! Til trods for kvantecomputerens eksponentielle speed-up for nogle typer af beregninger, så er der brug for et sammenligneligt antal gates for at køre fx Shors algoritme på en kvanteprocessor. Til sammenligning brugte Google i deres demonstration ca. 31.000 gate-operationer.

En skalerbar arkitektur baseret på målinger

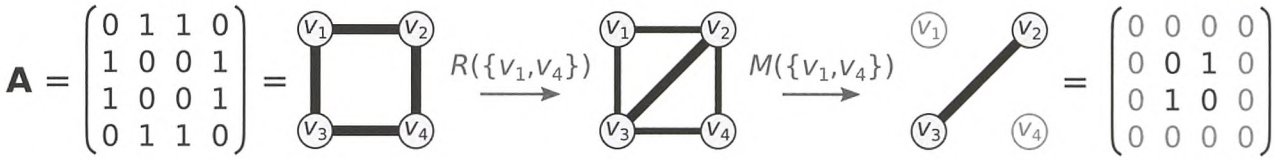
Grundlæggende ved vi, hvad der skal gøres, men i praksis er skaleringen af nuværende kvanteprocessorer stadig en enorm teknologisk og forskningsmæssig udfordring. En løsning på det problem kan meget vel være den alternative kvantecomputerarkitektur kendt som "measurement-based quantum computing" (MBQC) [12]. I stedet for at opbygge algoritmer af unitære kvantegates, som Seth Lloyd oprindeligt foreslog, så er udgangspunktet for MBQC en stor entanglet klyngetilstand (engelsk: entangled cluster state), hvorpå input-informationen indkodes og efterfølgende processeres gennem en række irreversible målinger. Herved udbredes informationen igennem klyngetilstanden i takt med, at processeringen skrider frem, og det endelige resultat kan udlæses gennem målinger på de sidste qubits i klyngen. For hvert procestrin er det valget af den specifikke måling, og på hvilken qubit i klyngetilstanden den udføres, der fastlægger hvilken operation, der realiseres. Målingen fjerner den pågældende qubit i klyngen og bryder den entanglement, der eventuelt var med nabo-qubits. Som en konsekvens reduceres klyngetilstanden og mængden af entanglement i den for hvert procestrin. I MBQC er entanglement altså en ressource, der indledningsvist etableres og gradvist opbruges undervejs i beregningen. Det er i kontrast til den sædvanlige kvantecomputer, hvor antallet af qubits er uændret gennem en algoritme, mens deres kvantetilstand blot ændrer sig. Efter at resultatet er udlæst, kan hele registret af qubits initialiseres igen og genbruges til en ny beregning. I MBQC skal der skabes en ny klyngetilstand for hver beregning.

Klyngetilstande og grafteori

En klyngetilstand består som nævnt af et komplekst netværk af entanglede qubits, og det kan bekvemt repræsenteres ved en graf $G(V, E)$, hvor $V = \{v_i, \ldots, v_n\}$ er en mængde af knuder; to knuder v_i og v_j siges at være naboer, hvis der i mængden af kanter E findes en, der forbinder de to knuder. I en universel klyngetilstand for MBQC er knuderne for den tilsvarende graf organiseret i en rektangulær gitter-topologi, som illustreret i figur 1, og alle grafens kanter har samme vægtning, svarende til samme grad af entanglement mellem alle qubits.



Figur 1. Klyngetilstand med rektangulær gitter-topologi. De grå cirkler repræsenterer den tilsvarende grafs knuder og linjerne imellem dem dens kanter. Det yderste venstre sæt af knuder udgør et "input-register" og det er på disse, at inputtet til beregningen indkodes. Tilsvarende er det yderste højre sæt af knuder et "output-register", hvorfra resultatet af beregningen udlæses gennem målinger.



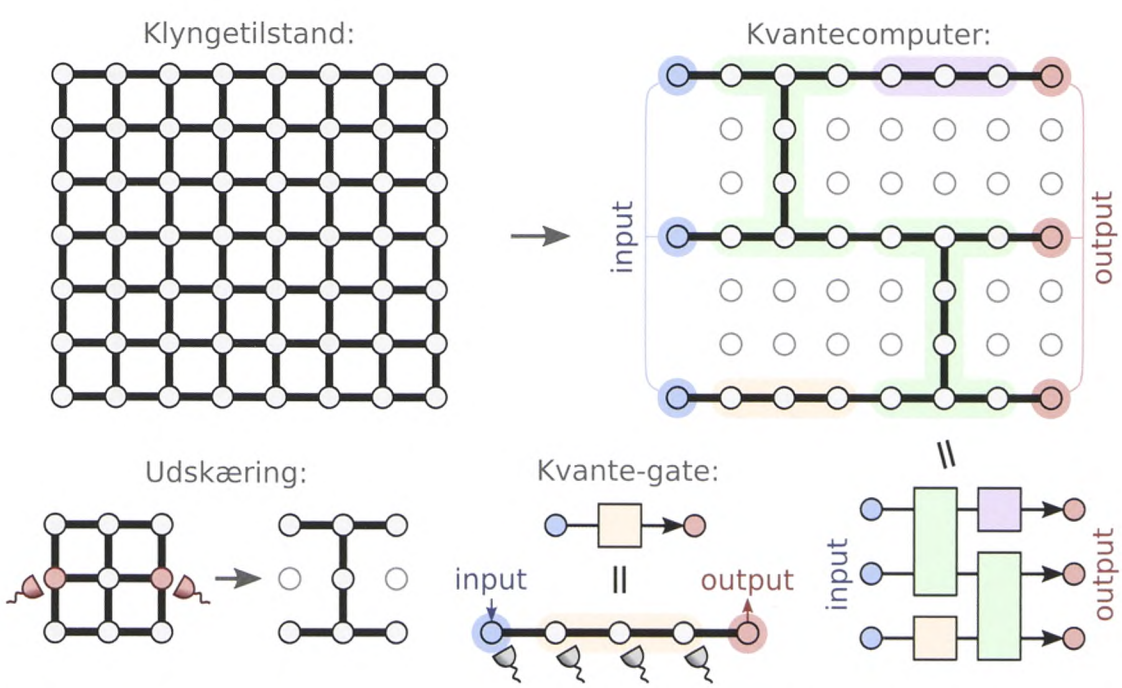
Figur 2. (Fra venstre) Graftilstand og tilhørende kantmatrice. Målinger sletter de involverede knuder og tilknyttede kanter, og resultatet er en ny, reduceret graf.

Grafen kan beskrives ved hjælp af en kantmatrice (engelsk: adjacency matrix), A, hvor værdien af de enkelte elementer, A_{ij}, repræsenterer vægtningen (eller styrken) af kanten, som forbinder knude i med knude j. Hvis to knuder i tilstanden ikke er forbundet, dvs. at kanten ikke eksisterer, er det pågældende matrixelement 0, mens en stærk kobling mellem to knuder repræsenteres med værdien 1. Grafen er entydigt bestemt af kantmatricen og transformationer af graftilstanden kan derfor entydigt beskrives matematisk gennem operationer på matricen. Et eksempel på en simpel graftilstand er illustreret i figur 2 (venstre). Her er 4 knuder $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ forbundet med kanter med maksimal vægtning. Den tilhørende kantmatrice, bestående af 16 elementer, er vist ved siden af. Bemærk, at kantmatricen er symmetrisk, idet $A_{ij} = A_{ji}$, samt at diagonalelementerne er nul, da knuderne ikke har en kant med sig selv (i praksis vil diagonalelementerne for klyngetilstande ikke være præcis nul, men det vil vi ikke dykke yderligere ned i her).

En klyngetilstand kan som nævnt transformeres ved at måle på udvalgte qubits. Afhængig af hvilken variabel, der måles, vil det transformere klyngetilstanden på en særlig måde. Teoretisk er det nyttigt at dele måleprocessen op i to operationer, som illustreret i figur 2: Først en rotation $R(\{v_1, v_4\})$ på to af klyngens qubits, hvorved grafen ændres, så parret $\{v_2, v_3\}$, der tidligere ikke var forbundet, nu er stærkt forbundet (de er blevet naboer), mens de oprindelige kanter har mistet vægt. Dernæst en måling $M(\{v_1, v_4\})$ på de netop roterede qubits, hvorved de tilsvarende knuder i grafen og deres tilknyttede kanter fjernes. Resultatet er en mindre graf bestående af kun to knuder, $\{v_2, v_3\}$, og en kant med vægt 1, svarende til kantmatricen vist til højre i figuren.

Graferne giver os en forholdsvist simpel og intuitiv visuel repræsentation af et temmelig komplekst fysisk system, som gør det muligt at illustrere opbygningen af en massivt entanglet kvantetilstand af massevis af qubits samt effekten af operationer på denne. Bag det simple billede ligger dog en veldefineret og omfattende matematisk og fysisk formalisme. Det kan sammenlignes med Feynman-diagrammer, som giver et enkelt og intuitivt, men samtidig præcist og kraftfuldt værktøj til at håndtere meget komplekse udregninger fx inden for kvantefeltteori.

Ingredienserne til en målebaseret kvantecomputer er altså en stor klyngetilstand med gittergraf-struktur samt målinger af de enkelte qubits, der transformerer tilstandens graf som netop beskrevet. Figur 3 illustrerer, hvordan delene stykkes sammen til en kvanteberegning. I princippet kan man bare tage det kredsløb, man ville bruge i en sædvanlig gate-baseret kvantecomputer og programmere det ind i grafen. Først skal gittergrafen "udskæres", så den resulterende graf kun består af de kanter, der er nødvendige for at udføre beregningen.



Figur 3. Klyngetilstanden er grundlaget for den målebaserede kvantecomputer. Gennem talrige målinger omformes klyngetilstanden til et netværk af tråde, der kan bære kvanteinformation, og gates, der processerer informationen og i sidste ende udfører en beregning.

Udskæringen klares ved at måle på de qubits, hvis knuder ikke skal indgå i grafen. Almindeligvis skæres grafen ud i "tråde" – lange vandrette rækker af forbundne knuder – som svarer til de enkelte qubits i en gate-baseret kvantecomputer. Trådene er desuden forbundet de steder, hvor de skal interagere. Dernæst programmeres de enkelte gates i kredsløbet ved at måle på nogle få nabo-qubits. I figur 3 er de knuder, der indgår i en gate, markeret med samme baggrundsfarve. Præcis hvilken gate, der implementeres, afhænger af hvilke målinger, der udføres. De detaljer er ikke inkluderet i figuren, men for en given type af gate (svarende til en bestemt farve) er det helt fastlagt, hvad der skal gøres. Der er nu lagt i ovnen til at udføre kvanteberegningen. Input indkodes i knuderne længst til venstre i grafen, de forskellige målinger foretages på klyngetilstanden, hvilket processerer inputtet gennem det programmerede kredsløb, og endelig kan resultatet af beregningen udlæses på elementerne længst til højre i grafen.

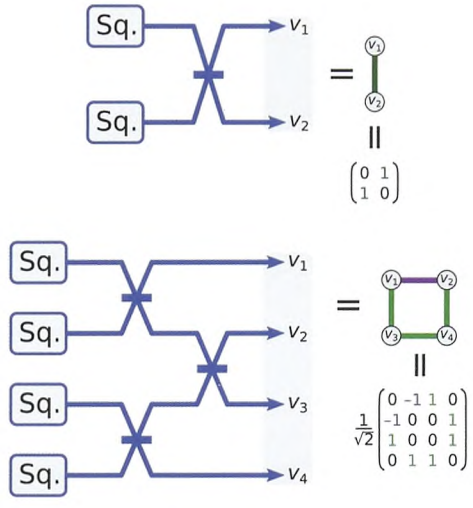
Opbygning af en klyngetilstand

En klyngetilstand kan frembringes optisk, og det er grundlaget for at realisere en optisk kvantecomputer. Specifikt vil vi her fokusere på den gren af kvanteoptikken, der beskæftiger sig med "kontinuerte variable" (CV) (engelsk: continuous variable). Det elektromagnetiske felt er kvantemekanisk beskrevet som en harmonisk oscillator, og operatorerne, der repræsenterer amplitude- (x) og fasekvadraturerne (p), er ækvivalente med de kanoniske positions- og impulsoperatorer. Og de har som bekendt et kontinuert spektrum af egenværdier, heraf navnet "kontinuerte variable".

For CV klyngetilstande bruger man betegnelsen qumodes i stedet for qubits, fordi man sædvanligvis siger, at lys udbreder sig i modes. De enkelte qumodes i klyngetilstanden er altså knuder i den tilsvarende graf, og kanterne repræsenterer entanglement mellem dem. Informationen indkodes i kvadraturerne (amplitude og fase) for hver qumode, og udlæses vha. homodyn detektion, der selektivt kan måle den ene eller anden kvadratur.

Lad os betragte et simpelt eksempel på opbygning af en klyngetilstand bestående af blot to qumodes. Den kan relativt nemt skabes i laboratoriet ved at interferere to squeezede kvantetilstande på en stråledeler, som illustreret i figur 4 (øverst). "Squeezed" betyder, at kvantestøjen i én af kvadraturerne er mindre end for det elektromagnetiske vakuum, på bekostning af en tilsvarende forøget støj i den anden kvadratur. Ved interferensen skabes kvantekorrelationer – entanglement – mellem de to udgangsstråler, som først beskrevet af Einstein, Podolsky og Rosen (EPR) i 1935. Den resulterende klyngetilstand kan beskrives med en 2×2 kantmatrice, $A = (0,1;1,0)$. Klyngetilstanden kan forstørres ved at bruge flere kvantetilstande og udbygge netværket af stråledelere. Det er for eksempel muligt at skabe en kvadratisk klyngetilstand ved at interferere fire kvantetilstande, som vist i figur 4 (nederst).

Ved at fortsætte opbygningen af klyngetilstanden efter samme model, er det muligt at konstruere en meget stor gittergraf, som den vist i figur 3. Den helt store udfordring er dog, at klyngetilstanden skal bestå af millioner af qumodes for at kunne bruges til at udføre relevante udregninger i en kvantecomputer. Følger man naivt strategien ovenfor, er det klart, at man skal bruge millioner af kvantetilstande og millioner af stråledelere. Benyttes almindelige optiske komponenter, vil maskineriet derfor komme til at fylde flere fodboldbaner! Én løsning på problemet kunne være at bruge optisk nanoteknologi, hvormed det optiske kredsløb kan integreres i meget små siliciumchips. På den måde vil det optiske "footprint" formindskes med flere størrelsesordener. Nanoteknologien er dog stadig ikke på et teknisk niveau, hvor tabsfri skalering er muligt, og indtil videre er det derfor ikke den mest farbare løsning på problemet. Et bedre alternativ er tidslig skalering.



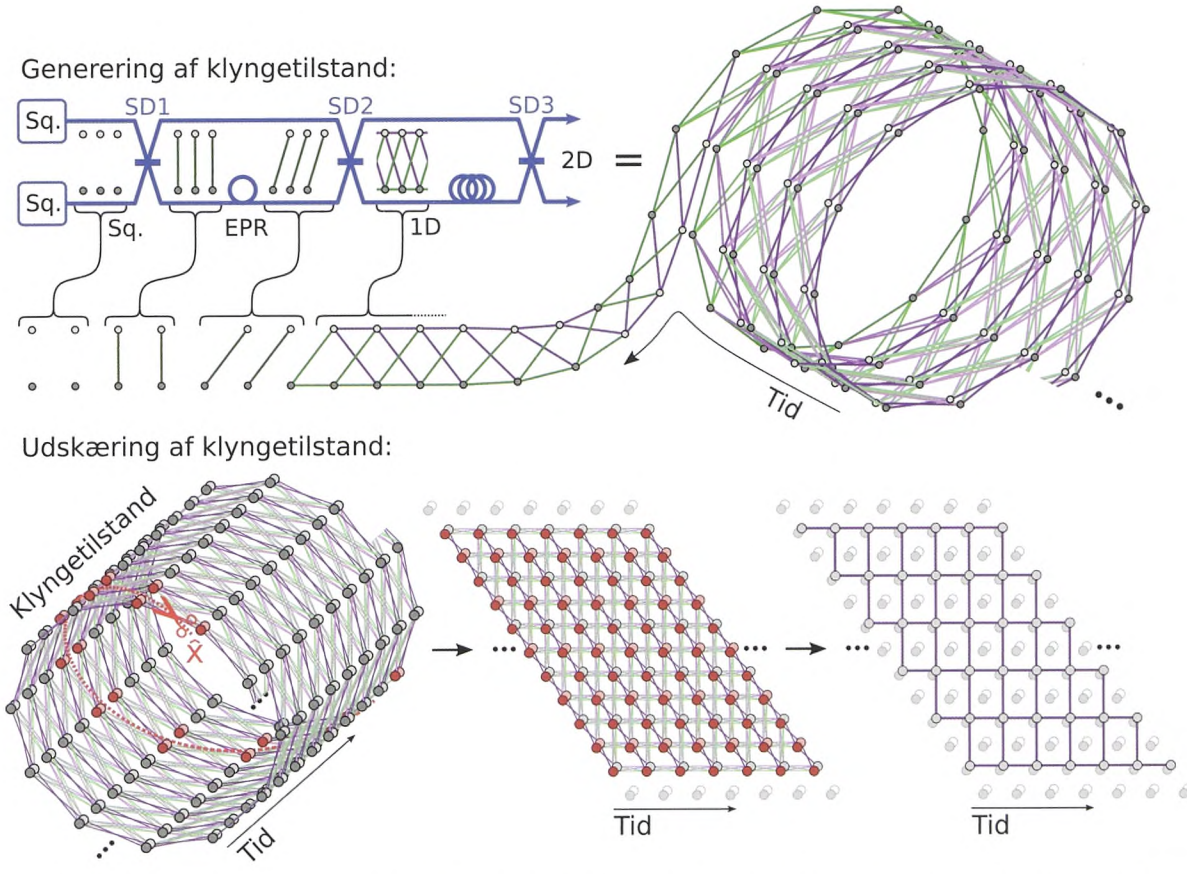
Figur 4. Øverst: En simpel klyngetilstand kan frembringes ved at interferere to squeezede (Sq.) kvantetilstande. Nederst: Interfererer man i stedet fire kvantetilstande, kan man skabe en kvadratisk klyngetilstand.

Tidsdelt multipleksing gør det muligt at skalere

I stedet for at skalere "byggeprocessen" rumligt er det muligt at skalere den tidsligt [13,14]. Dvs. at korrelationerne – kanterne i grafen – etableres mellem qumodes (knuder), som er produceret på forskellige tidspunkter. Knuderne i klyngetilstanden i figur 3 er således ikke placeret i forskellige rumkoordinater, men forskellige tidskoordinater. For sådanne tidslige klyngetilstande, er proceduren for at skabe en meget stor tilstand markant simplere, som illustreret i figur 5. Den tidslige klyngetilstand skabes i tre trin:

(1) Processen starter med etableringen af en rumlig 2-qumode-klyngetilstand – en EPR-tilstand – via interferens af kvantetilstande på en stråledeler (SD1), som allerede diskuteret ovenfor og vist i figur 4. Kvantetilstandene produceres i form af optiske pulser med en tidslig afstand på ca. 250 ns, og stråledeleren sørger for, at der genereres en perlerække af 2-qumode-klyngetilstande med en afstand på samme 250 ns. Som nævnt ovenfor er den type tilstande repræsenteret ved simple grafer med kanter, der forbinder to knuder.

(2) I næste trin skabes endnu flere kanter i grafen ved at bruge endnu en stråledeler (SD2) til at lave tidsdelt



Figur 5. Illustration af, hvordan en skalerbar gittergraf til MBQC kan skabes ved tidsdelt multipleksing af squeezede tilstande og efterfølgende udskæring gennem målinger.

multipleksing af de netop skabte små klyngetilstande. For at sikre, at det er de rigtige qumodes, som interfererer, indføres en relativ tidsforsinkelse på 250 ns mellem de øvre og nedre modes, som vist i figuren. Det kobler de enkelte 2-qumode klyngetilstande sammen til én stor endimensionel (1D) klyngetilstand.

(3) I det sidste skridt, som er vigtigt for at få skabt den nødvendige todimensionelle (2D) klyngestruktur, snos 1D-klyngetilstanden rundt i en cylinderstruktur, hvorefter nye kanter etableres gennem interferens på en tredje stråledeler (SD3). Hvirvlen skabes ved at tidsforsinke de nedre modes i forhold til de øvre modes, og diameteren af cylinderen afhænger af størrelsen af forsinkelsen. I det pågældende eksperiment er forsinkelsen på 12 x 250 ns, hvorved der skabes 12 knuder rundt på cylinderens periferi. Det er værd at bemærke, at selvom cylinderens omkreds er begrænset til 12 knuder, så er dens dybde i princippet ubegrænset – dog i praksis begrænset af stabiliteten af eksperimentet.

Den cylinderformede graf er ikke identisk med den ønskede kvadratiske gittergraf i figur 1. Men det er muligt at frembringe gittergrafen ved at folde den cylinderformede graf ud gennem måling af specifikke knudepunkter, som vist i figur 5 og beskrevet i [13]. Efter udfoldningen er gittergrafen skabt og dermed klar til brug i en MBQC, hvor gates udføres gennem specifikke målinger af knudepunkterne som beskrevet ovenfor. At det faktisk virker, er for ganske nylig blevet vist eksperimentelt [15]. Som nævnt indledningsvist, så er klyngetilstanden en ressource for MBQC, og som en anden Pacman fortærer målingerne sig igennem klyngen, som beregningen skrider frem. En interessant egenskab ved den tidslige klyngetilstand er imidlertid, at den hele tiden udbygges med nye knuder og kanter i den anden ende, og dermed er man ikke begrænset af et bestemt antal qubits – der kommer hele tiden nye til.

Der er stadig et stykke vej, før den optiske klyngetilstand kan anvendes som en fuldgyldig kvantecomputer. Blandt andet skal mængden af squeezing forbedres, og der er stadig brug for såkaldt "ikke-Gaussiske" operationer eller tilstande for at kunne udføre universelle kvanteberegninger. Dette er nok den optiske kvantecomputers akilleshæl: Selvom sådanne operationer og tilstande allerede er eftervist eksperimentelt, er det stadig på et meget grundlæggende niveau, og der er endnu brug for meget forskning for at nå i mål. Ikke desto mindre er optisk MBQC vældig lovende, særligt på grund af den meget direkte vej til at skalere platformen.

Litteratur

[1] R.P. Feynman (1982) Simulating Physics with Computers, *Int. J. Theor. Phys.*, bind 21, side 467.

[2] J.S. Bell (1964) On the Einstein Podolsky Rosen paradox, *Physics*, bind 1, side 195.

[3] A. Aspect m.fl. (1981) Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem, *Phys. Rev. Lett.*, bind 47, side 460.

[4] B. Hensen m.fl. (2015) Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometers, *Nature*, bind 526, side 682.

[5] D. Deutsch og B. Jozsa (1992) Rapid solution by quantum computation, *Proc. R. Soc. London*, bind 439, side 553.

[6] S. Lloyd (1993) A Potentially Realizable Quantum Computer, *Science*, bind 261, side 1569.

[7] S. Lloyd (1996) Universal Quantum Simulators, *Science*. bind 273, side 1073.

[8] P.W. Shor (1994) Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring, *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. IEEE Comput. Soc. Press*, side 124–134.

[9] J. Preskill (2018) Quantum Computing in the NISQ era and beyond, arXiv:1801.00862v3.

[10]] https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-physicsprize2012.pdf

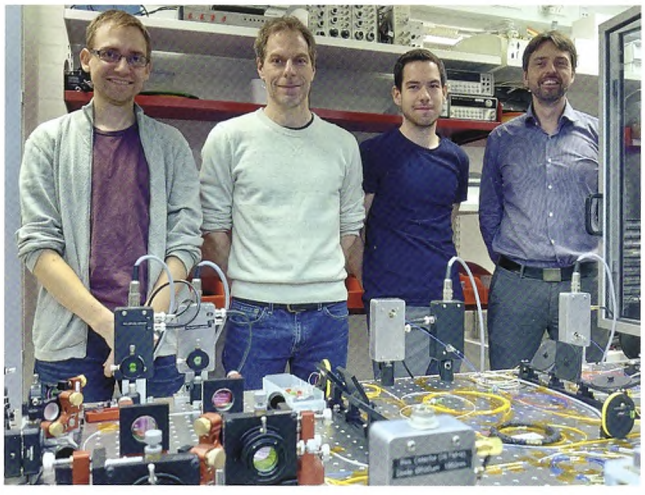
[11] F. Arute m.fl. (2019) Quantum supremacy using a programmable superconducting processor, *Nature*, bind 574, side 505.

[12] R. Rausendorff m.fl. (2001) A One-Way Quantum Computer, *Phys. Rev. Lett.*, bind 86, side 5188.

[13] M.V. Larsen m.fl. (2019) Deterministic generation of a two-dimensional cluster state, *Science*, bind 366, side 369.

[14] W. Asavanant m.fl. (2019) Generation of time-domain-multiplexed two-dimensional cluster state, *Science*, bind 366, side 373.

[15] M.V. Larsen m.fl. (2020) Deterministic multi-mode gates on a scalable photonic quantum computing platform, arXiv:2010.14422.



Fra venstre:
Jonas S. Neergaard-Nielsen er seniorforsker ved DTU Fysik med speciale i ikke-klassisk lys og dets anvendelse inden for kvanteinformation.

Ulrik L. Andersen er kvantefysiker og leder af Danmarks Grundforskningsfonds center for makroskopiske kvantetilstande (bigQ) på DTU Fysik. Hans forskning er centreret om kvanteinformationssystemer.

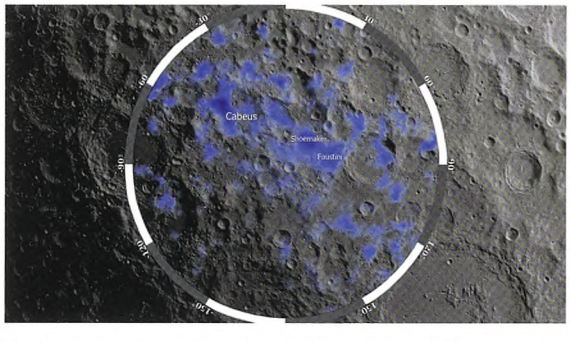
Mikkel V. Larsen er ph.d.-studerende inden for kontinuert variable kvanteinformatik ved DTU Fysik med fokus på klyngetilstande og målebaserede kvantecomputere (MBQC) vha. lys.

Ulrich Hoff er seniorrådgiver i kvanteteknologi ved grundforskningscentret bigQ, DTU Fysik. Han er desuden daglig leder af QuantumDTU, skribent for ForskerZonen på Videnskab.dk og medforfatter til flere populærvidenskabelige bøger om naturvidenskab.

Vand på Månen

Christine Pepke Gunnarsson, Kvant

MÅNEFYSIK. NASA har bekræftet, at de har fundet vandmolekyler på Månen. Det er NASAs flyvende teleskop SOFIA (Stratospheric Observatory for Infrared Astronomy), som har observeret vand i et krater kaldet Claviuskrateret, der ligger på den sydlige halvkugle på Månens lyse side, som er synlig fra Jorden.



Opdagelsen kan betyde, at der er vand flere steder på Månen, og at det ikke kun findes som is i de kolde og mørke kratere ved Månens poler, som tidligere observationer har vist. Forskere har før set tegn på vand på Månen, men her har man ikke kunnet skelne, om det faktisk var vand (H_2O) eller hydroxyl (OH).

SOFIA er en modificeret Boeing 747SP, som har et teleskop med ombord. Da SOFIA er flyvende ca. 14 km over Jordens overflade, kan den få gode billeder af universet uden at være forstyrret af atmosfæren. SOFIA har målt det Sollys, der reflekteres fra Månens overflade med et infrarødt kamera, og her kunne SOFIA fra Claviuskrateret måle en bølgelængde på 6,1 μm, hvilket er specifikt for vandmolekyler.

SOFIA målte en vandkoncentration på 100–412 ppm, til sammenligning er vandkoncentrationen i Sahara 100 gange større. Selvom det er en lille mængde, er det interessant, at der er vand på den ellers golde og barske Måne, og det får forskerne til at overveje, hvordan vandet er kommet der, og hvorfor det ikke fordamper. Det ville man forvente, da Månens atmosfære har en meget lav densitet og ikke ville kunne holde på vandet.

Forskerne har overvejet flere muligheder for, hvorfra vandet er kommet: Fx med små meteoritter eller med Solvinden, der kunne tænkes at bære hydrogen til overfladen og gennem en kemisk reaktion med oxygen-indeholdende mineraler skabe hydroxyl. Derefter skulle strålingen fra Solvinden omdanne hydroxyl til vand. Forskerne tror, at vandet er blevet indkapslet i små perlelignende strukturer i Månestøvet, eller at det er gemt imellem støvkornene og på den måde afskærmet fra Sollyset.

Vand er en værdifuld ressource i rummet, og en vandressource på Månen ville kunne bruges af astronauter enten til at drikke eller til brændstof ved at splitte vandmolekylerne vha. elektrolyse for derved at danne brint. Det er dyrt at transportere materiale ud i rummet, så en vand- eller brændstoftank på Månen ville være oplagt som en base for rejser længere væk til fx Mars. At vandet tilmed befinder sig på et varmere område på Månen og ikke på de kolde poler, er perfekt, da et sådant område også er egnet til en fremtidig Månebase.

Kilde: NASA & C.I. Honniball mfl. (2020) Molecular water detected on the sunlit Moon by SOFIA, *Nat.Astron.*

Inverse problemer

Klaus Mosegaard, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

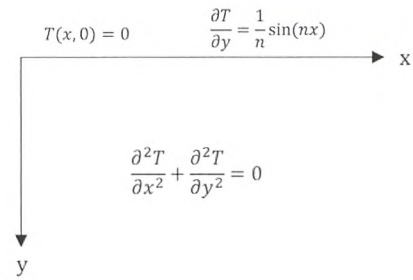
Inverse problemer – det at kunne drage konklusioner om fænomener i naturen ud fra data – er en rygrad i videnskab og teknologi. Rækken af succeser på dette område er lang, men hvor går grænsen for vores erkendelse gennem data? Dette er, hvad teorien for inverse problemer søger at give svar på.

Hadamard og de "dårligt stillede spørgsmål"

Efter nogle produktive år i Bordeaux vendte den franske matematiker Jacques Hadamard i 1897 tilbage til Paris. Som dengang 32-årig havde han slået sit navn fast som en af Europas førende matematikere, særligt gennem sine bidrag til klassisk analyse, og ikke mindst for sit bevis for primtalsteoremet i 1896. I de efterfølgende år koncentrerede Hadamard sig om problemer i den matematiske fysik, særligt partielle differentialligninger, variationsregning og grundlaget for funktionalanalyse. Det var i disse år, at han gjorde en vigtig opdagelse, der skulle ændre vores opfattelse af begrænsningerne for, hvad den matematiske fysik kan lære os om strukturer og processer i naturen.

Figur 1. Jacques Hadamard.

Hadamard studerede *inverse problemer*, altså problemer, hvor man ønsker at bruge måledata til at beregne fysiske objekters indre struktur. Han var særligt interesseret i teorien for varmeledning – en teori, der var blevet grundlagt af Joseph Fourier i 1822. Kernen i denne teori var varmeledningsligningen, hvis løsning allerede var velbeskrevet af Fourier og en række andre matematikere op gennem 1800-tallet. Varmeledningsligningen var et stort fremskridt med mange tekniske anvendelser, og man kendte til en række vanskeligheder ved at bruge ligningen til at regne temperaturen ud baglæns i tiden, og ved at ekstrapolere temperaturen væk fra eksisterende målepunkter. Man antog imidlertid, at dette problem var et spørgsmål om at måle nøjagtigt nok, men Hadamard havde fået en mistanke om, at problemet var langt større og mere alvorligt, end nogen havde forestillet sig!

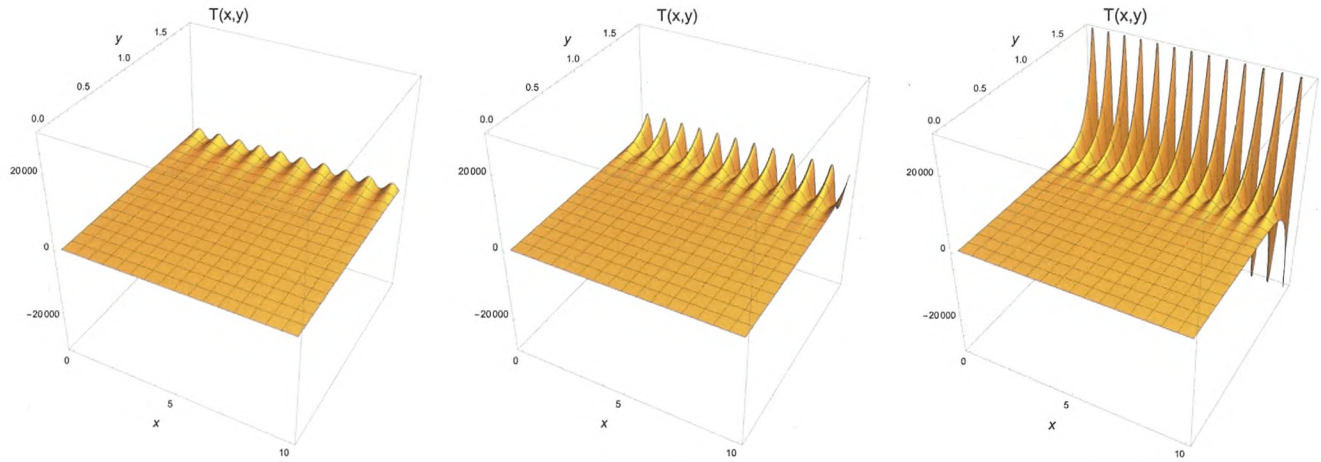


Figur 2. Hadamards varmeledningsproblem.

Hadamard studerede løsninger til varmeledningsligningen i det simple tilfælde, hvor temperaturfeltet er konstant i tiden. Under disse forhold reduceres ligningen til Laplace-ligningen, og Hadamards bekymringer var rettet mod den indflydelse, randbetingelserne havde på det beregnede temperaturfelt. Figur 2 viser et område, fx under jordoverfladen, hvor temperaturen varierer, men hvor der ingen ændringer er i tiden. I dette område hersker Laplace-ligningen $\partial^2 T/\partial x^2 + \partial^2 T/\partial y^2 = 0$ og på jordoverfladen ($y = 0$) antager vi, at vi har målt temperaturen til $T = 0$ og varmestrømmen gennem jordoverfladen til $-\partial T/\partial y = (1/n)/\sin(nx)$. Altså en periodisk variation langs overfladen med amplitude $1/n$ og bølgetal n. Figur 3 viser løsningen til dette temperaturproblem for tre forskellige bølgelængder $2\pi/n$ ($n = 6, 7, 8$) af varmestrømmen ved overfladen. I dette eksempel falder både størrelsen og bølgelængden af den varierende varmestrøm ved overfladen med n (på grund af de små varmestrømme ses dette dog ikke på figurerne). Vi ser her det overraskende, at på trods af faldende varmestrøm ved overfladen, vokser amplituden af de forudsagte temperaturvariationer eksplosivt med n for store værdier af y! Den fulde løsning til problemet ser således ud:

$$T(x,y) = \frac{1}{n^2}\sin(nx)\sinh(ny), \qquad (1)$$

hvoraf det ses, at amplituden af temperaturvariationerne for store værdier af y kan blive vilkårlig store, blot man vælger n tilstrækkeligt stor. Dette følger af, at funktionen $\sinh(ny) = (e^{ny} - e^{-ny})/2$ vokser meget hurtigt med y.



Figur 3. Løsninger til Hadamards varmeproblem for tre bølgetal (n = 6, 7 og 8) for varmestrømmen ved overfladen. Overfladen er ved $y = 0$ i nederste venstre del af figurerne. Bemærk den eksplosive forstærkning af amplituden ved $y = 1.9$ for voksende n.

Konsekvenserne af dette fænomen er dramatiske: Hvis man forestiller sig målinger af temperatur og varmestrøm gennem overfladen af et objekt, og hvis man ønsker at bruge disse data til at beregne temperaturen inde i objektet, så kan selv den mindste kortbølgede målestøj medføre ødelæggende fejl i beregningen og gøre resultatet helt ubrugeligt! Hadamard kaldte problemer med denne egenskab *ill-posed problems* ("dårligt stillede spørgsmål"). "Ill-posedness" er typisk for mange *inverse problemer* og sætter en principiel grænse for, hvilken information der kan uddrages af måledata.

Hvad skal man stille op, når man har med et ill-posed-problem at gøre? Lad os formelt opskrive det inverse problem som en ligning

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}), \tag{2}$$

hvor $\mathbf{d}$ er data (i Hadamards problem de observerede temperaturer og varmeledningsværdier ved overfladen), $\mathbf{m}$ er de ubekendte (fx temperaturerne for en stor værdi af y), og g den funktion, der afbilder $\mathbf{m}$ over i $\mathbf{d}$. Det inverse problem er at finde $\mathbf{m}$, når vi kender $\mathbf{d}$ og g. Hadamards resultat kan således beskrives ved, at selv inverse problemer, der har en entydig løsning, kan have den egenskab, at hvis data er forurenet med støj $\mathbf{n}$, kan vilkårligt store fejl i løsningen $\mathbf{m}$ frembringes af selv den mindste støj $\mathbf{n}$, hvis fx $\mathbf{n}$ er tilstrækkelig kortbølget.

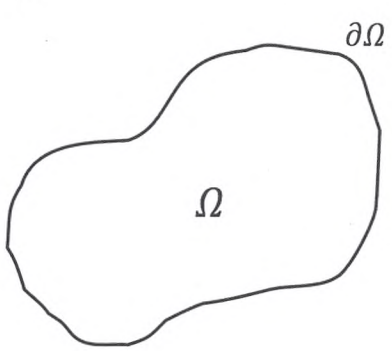
Flere metoder til at omdanne et ill-posed-problem til et *well-posed*-problem er blevet foreslået gennem tiderne. Alle metoder har det tilfælles, at de omformulerer problemet, så det nye problem på den ene side kun har løsninger, der er fysisk acceptable (fx er lavfrekvente og har begrænsede udsving), men som på den anden side ikke nødvendigvis tilfredsstiller ligning (2) helt. For *lineære* inverse problemer, hvor ligning (2) er en matrix-ligning $\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m}$, forslog den russiske matematiker Andrey Tikhonov allerede i 1943 følgende omformulering [1]:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{G}^T\mathbf{d} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})\mathbf{m} \tag{3}$$

hvor λ er et lille, positivt tal, der justeres således, at løsningen $\mathbf{m}$ ser "fornuftig" ud (et subjektivt valg!). Prisen for en sådan omformulering er, at løsningen kun forklarer data tilnærmelsesvis. I Hadamards varmeledningsproblem vil Tikhonovs metode fx betyde, at de kraftige variationer i temperaturen for store værdier af y bliver dæmpet. Derved kan de kortbølgede variationer i varmestrømmen ved overfladen ikke genskabes. Dette dilemma kan imidlertid være til at leve med, hvis vi i forvejen ved, at de kortbølgede variationer i varmestrømmen ved overfladen udelukkende er støj.

Problemer med mange løsninger

Ill-posedness er kun én af de markante egenskaber, der karakteriserer inverse problemer. Et andet karakteristisk problem er, at inverse problemer ofte har (måske uendeligt) mange løsninger, der forklarer måledata nøjagtig lige godt. Undertiden er det nemt at afgøre, om løsninger er entydige eller flertydige (fx hvis lineære ligninger beskriver sammenhængen mellem $\mathbf{m}$ og $\mathbf{d}$), men i andre situationer kræver det dybtgående matematiske undersøgelser.



Figur 4. Et 2-dimensionalt, planart trommeskind Ω, hvor randen er den lukkede kurve $\partial\Omega$.

Et berømt eksempel på dette kan findes i Marc Kacs artikel fra 1966 med titlen "Can one hear the shape of a drum?" [2]. Kac var interesseret i spørgsmålet, om det er muligt at bruge egensvingningerne af et fysisk objekt, fx et trommeskind, til at bestemme objektets form. Problemet viste sig at være uhyre vanskeligt og forblev uløst i mange år. Ejendommeligt nok havde

man allerede besvaret spørgsmålet for 16-dimensionale trommeskind! John Milnor fra Princeton havde nemlig i 1964 bevist, at formen af visse typer af 16-dimensionale trommeskind ikke kunne bestemmes ud fra spektret, men hans bevismetode kunne desværre ikke umiddelbart overføres til det 2-dimensionale, planare trommeskind [3].

Problemet kan formuleres på følgende måde: Betragt figur 4, som viser et 2-dimensionalt, planart trommeskind Ω hvis rand er angivet med den lukkede kurve $\partial\Omega$. Hvis u er den lodrette forskydning af membranen fra dens hvilestilling, så opfylder u bølgeligningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{4}$$

i Ω, med randbetingelsen $u = 0$ på randen $\partial\Omega$. Hvis vi søger en produktløsning af formen

$$u(x, y, t) = \psi(t)\phi(x, y), \tag{5}$$

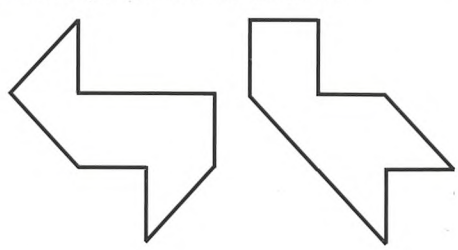
finder vi at

$$u(x, y, t) = \sin(\omega t)\phi(x, y) \tag{6}$$

hvor

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \omega^2 \phi = 0 \tag{7}$$

i området Ω, og med randbetingelsen $\phi = 0$ på $\partial\Omega$. Dette er et såkaldt egenværdiproblem, som kun har løsninger for visse værdier af frekvensen ω. Dette blev vist af Hilbert i 1909 og (i en mere generel form) af von Neumann i 1928. Vi kan formulere dette ved at sige, at spektret for trommeskindets svingninger er et "liniespektrum", dvs. det har kun værdier forskelligt fra 0 i et diskret (men muligvis uendeligt) sæt af frekvenser. Disse frekvenser afhænger af trommens form $\partial\Omega$, så derfor kan vores inverse problem formuleres som det at beregne trommens form ud fra kendskabet til alle egenfrekvenserne: $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots$. Amplituden for hver egensvingning indgår ikke i vores observationer, fordi de ikke er karakteristiske for trommens form, men kan variere alt efter, hvor trommen anslås.

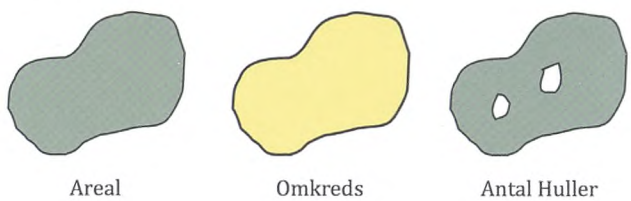


Figur 5. To trommeskind med samme egenfrekvenser. Trommeskindene er begge sammensat af 7 identiske, ligebenede trekanter.

Først i 1991 lykkedes det matematikerne David Webb og Carolyn Gordon fra Washington University, i samarbejde med Scott Wolpert fra University of Maryland [4], at løse problemet. Deres svar på spørgsmålet: "Can one hear the shape of a drum?" er nej. I deres bevis konstruerede de eksempler på par af trommeskind med identiske egenfrekvenser, og de viste dermed, at de diskrete frekvenser i lydspektret ikke tillader os at bestemme trommeskindets form. Figur 5 viser et af deres eksempler på trommepar med præcis samme egensvingningsfrekvenser. En lettilgængelig udgave af beviset kan findes i [5].

Problemer med en entydig løsning

Den flertydige løsning til trommeproblemet betyder løst sagt, at der er flere forskellige (ubekendte) kurver i planen, end der er (kendte) frekvenser i det diskrete spektrum. Problemet ser dermed ud til at være "underbestemt", omtrent som når vi fx forsøger at løse 2 ligninger med 3 ubekendte. Det er derfor nærliggende at spørge, om der er "middelegenskaber" for trommen, der kan bestemmes entydigt. Det viser sig faktisk at være tilfældet.



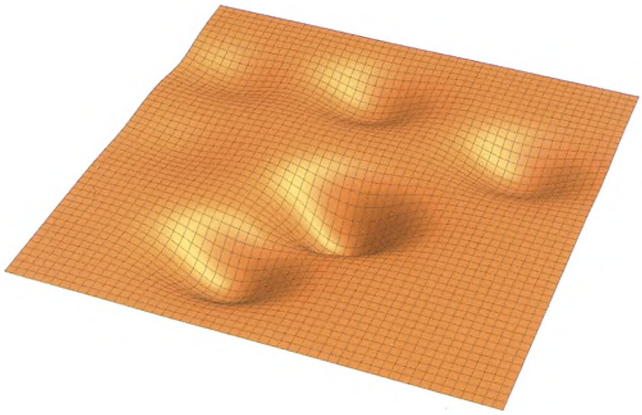
Figur 6. Egenskaber, der entydigt kan bestemmes ud fra en trommes lyd.

For eksempel viste Herman Weyl [6], at arealet af trommeskindet kan bestemmes entydigt af egenfrekvenserne, og senere lykkedes det Pleijel [7] at vise, at omkredsen er entydigt bestemt. For polygon-formede trommeskind viste Mark Kac [2] endog, at antallet af huller i trommeskindet, dvs. når randen består af flere lukkede kurver, også kan bestemmes entydigt! Se figur 6.

Inverse problemer i supercomputerens tidsalder

En tredie alvorlig vanskelighed, man støder ind i, når man løser inverse problemer i forbindelse med videnskabelige og tekniske undersøgelser, er det forhold, at funktionen g, der i ligning (2) afbilder de ubekendte strukturparametre ind i måledata, ofte er så kompliceret, at vi end ikke kan beskrive den med et sæt analytiske formler. Et eksempel på dette er, når $\mathbf{d}$ er seismiske data observeret ved jordoverfladen efter et jordskælv, og $\mathbf{m}$ er parametre, der beskriver variationer i de elastiske parametre i Jordens indre. I dette tilfælde kan g kun repræsenteres ved et computerprogram, der simulerer bølgeudbredelse i den komplekse jord. Vi kender derfor kun få generelle egenskaber ved funktionen g: Vi ved fx, at den er ikke-lineær og differentiabel, men vi ved ikke, hvor mange løsninger eller tilnærmede løsninger, der er til ligning (2). Desuden er der ingen garanti for, at de mulige løsninger og tilnærmede løsninger ligger tæt på hinanden. Problemer som dette kaldes ofte *stærkt ikke-lineære inverse problemer*.

En særlig vanskelighed ved mange stærkt ikke-lineære inverse problemer er, at det tager meget lang tid, selv på en supercomputer, at beregne data ud fra en given $\mathbf{m}$. Umiddelbart kan det derfor virke håbløst at søge løsninger til disse beregningstunge problemer, men alt håb er ikke ude. Lad os se på, hvilke metoder, der ofte søges anvendt til at tackle denne problemtype.



Figur 7. Grafen for en misfit-funktion $S(\mathbf{m})$ for et stærkt ikke-lineært problem med 2 ukendte parametre $\mathbf{m} = (\mathbf{m_1}, \mathbf{m_2})$. Karakteristisk er de mange minima, der repræsenterer den korrekte løsning (det dybeste minimum) og flere "biløsninger".

Da vi ikke har et analytisk udtryk for g, er vi henvist til at bruge søgemetoder til at finde rimelige løsninger. Vi definerer først *misfit-funktionen*, der i sin simpleste form ser således ud:

$$S(\mathbf{m}) = ||\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m})||^2 \,. \qquad (8)$$

Idéen er nu at konstruere et søgeprogram, der leder efter et $\mathbf{m}$, der minimerer $S(\mathbf{m})$. Dermed er $\mathbf{m}$ nemlig en løsning, eller "næsten en løsning", til ligning (2). Søgningen starter med et godt bud $\mathbf{m_0}$ på, hvad løsningen kunne være, hvorefter algoritmen tager en række skridt

$$\mathbf{m_0} \rightarrow \mathbf{m_1} \rightarrow \mathbf{m_2} \rightarrow \mathbf{m_3} \rightarrow \cdots \rightarrow \mathbf{m_n} \qquad (9)$$

indtil misfit $S(\mathbf{m_n})$ er tæt på 0. Hele problemet består naturligvis i at finde ud af, hvordan disse skridt skal tages. Den simpleste strategi går ud på at beregne, i hvilken retning skridtet skal tages for at reducere størrelsen af misfittet mest muligt. Denne metode kaldes *steepest descent* (stejleste nedstigning), og den bruger de afledede af S med hensyn til vektoren $\mathbf{m}$'s komponenter til at finde skridtretningen i hvert trin. Denne metode kan være effektiv, hvis man ved, at $S(\mathbf{m})$ kun har ét minimum, eller hvis man ved, at $\mathbf{m_0}$ ligger i nærheden af det rette minimum. Desværre er dette langt fra tilfældet for mange vigtige inverse problemer, fx for det ovenfor nævnte seismologiske eksempel. Bruger man steepest descent til dette problem, skal $\mathbf{m_0}$ være så tæt på den rigtige løsning, at problemet næsten er løst på forhånd!

Løsningen på dette dilemma var overraskende og blev opdaget allerede i 1967, meget tidligt i den moderne computers æra. Den russiske matematiker og seismolog Vladimir Keilis-Borok, og den russiske seismolog Tatiana Yanovskaya fandt, at hvis de lod computeren afprøve tilfældige, mulige løsninger efter en nøje tilrettelagt strategi, kunne de løse det inverse seismologiske problem, og samtidig afsløre biløsninger til problemet [8]. Denne såkaldte *Monte Carlo*-metode havde ydermere den fordel, at man på en naturlig måde kunne begrænse søgningen til fysiske realistiske løsninger: Man tillod simpelthen kun computeren at afprøve acceptable muligheder!

Monte Carlo-metoder blev et vigtigt skridt frem mod at kortlægge flertydigheden af det stærkt ikke-lineære problem. Men det er indlysende, at når beregningen af $g(\mathbf{m})$ i udtrykket for misfittet (8) kræver fx en beregningstung simulering af data, så er Monte Carlo-metoder meget ressourcekrævende. Selv supercomputere kan bringes i knæ, når stor-skala inverse problemer skal løses. Forskningen koncentrerer sig i disse år om løsning af denne type problemer, men der er stadig et stykke vej til, at fx inversion af alle indsamlede seismiske data fra Jorden kan bruges til at frembringe et detaljeret billede af Jordens indre.

Litteratur

[1] A.N. Tikhonov (1943) On the stability of inverse problems (in Russian). *Doklady Akademii Nauk SSSR*, bind 39, nr. 5, side 195-–198.

[2] M. Kac (1966) Can one hear the shape of a drum?, *Amer. Math. Monthly*, bind 73, nr. 4, del 2, side 16.

[3] J. Milnor (1964) Eigenvalues of the Laplace Operator on certain manifolds. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.*, bind 51, nr. 4, side 542.

[4] C. Gordon, D. Webb og S. Wolpert (1992) One cannot hear the shape of a drum, *Bull. Amer. Math. Soc.*, bind 27, side 134–138.

[5] S.J. Chapman (1995) Drums That Sound the Same, *The American Mathematical Monthly*, bind 102, nr 2, side 124–138.

[6] H. Weyl (1946) The Classical Groups, Princeton University Press, Princeton.

[7] Å. Pleijel (1954) A study of certain Green's functions with applications in the theory of vibrating membranes, *Ark. Mat.*, bind 2, side 553–569.

[8] V.J. Keilis-Borok og T.B. Yanovskaya (1967) Inverse problems in seismology (structural review), *Geophys. J. Royal Astr. Soc.*, bind 13, side 223-–234.

Klaus Mosegaard er professor i geofysik ved Niels Bohr Institutet.

"Han går ad rette stier"

Knud Pedersen

"Han går ad rette stier" – hyldestdigtet til Ørsted – er skrevet i Hildebrandstrofen. En metrisk form, der har rødder til Nibelung-digtningen. Adam Oehlenschläger benyttede dette versemål i digtet "Faareveile" i digtsamlingen "Langelands-Reise" fra 1805. Et digt, Ørsted helt sikkert må have kendt.

Haven til Faareveile var endnu i sommeren 1804, hvor Oehlenschläger rejste til Langeland, en typisk barokhave. (Digtet handler – ud over besøget i Faareveile – om Novalis, en af Ørsteds og romantikkens åndelige forfædre). På nøjagtig samme tid i Frederiksberg Have var den store omlægning (1798–1804) til romantisk landskabelig park blevet færdiggjort.

Jeg kan ikke forestille mig andet, end at H.C. Ørsted må have gået i begge haveanlæg. Og gjort sig sine tanker.

At tænke er et åndeligt fænomen.

Jeg tror, at Ørsted må have oplevet en stor frihed og glæde, da han opdagede, at hans tanker ikke kunne adskilles fra ånden i naturen. Og at alt udgør en helhed. Denne indsigt kan ikke erkendes i snævre, ortodokse teorier. Her kommer de uhjælpeligt til kort. Nej, der er brug for en dynamisk teori, der kan få "mere med af virkeligheden". Det, tror jeg, gik op for ham, dengang han gik ad de rette stier i Faareveile. Og med den indsigt var han utrolig godt forberedt på at opdage elektromagnetismen. Heldet følger som bekendt den velforberedte.

Jeg synes, at et digt til Ørsted bedst hylder ham ved at gå i hans "tankespor". Det har jeg derfor forsøgt i "Han går ad rette stier".

Og endelig synes jeg, at der er et tankevækkende sammenfald mellem den tids romantiske haver og vore dages haver, der er "vild med vilje". Begge havefilosofier ser naturen som noget, der skal følges og forstås, ikke bekæmpes.

"Banker" er det langelandske ord for "bakker". Vi er vel på Langeland?

Knud Pedersen er digter, forfatter, havemand og keramiker. Han har udgivet flere bøger og digtsamlinger, bl.a. bogen "Vi er i haven" sammen med fotografen Chresten Kruchov. Siden 1984 har komponisten Jan Thor Callesen sat musik til over 50 af hans digte. Knud Pedersen, der her ses sammen med sin svigermor Ingrid Larsen, bor i Bagenkop på Langeland.

Bo Holten

Jeg modtog Knuds tekst i juli, mens jeg var på en ni dage lang cykeltur på Nordfyn, hvor min kone og jeg (i strid mod-vestenvind) asede os fra Nyborg – og over mange slotte, herregårde, strande og fortidsminder gjorde os bekendt med Nordfyns lyksaligheder. For os begge, opfostret i det sydfynske, var dette et helt nyt perspektiv på de fynske kvaliteter (Fynshoved er stærkt!).

Vel ankommet til idylliske Bogense på den 7. dag, og med en flaske af den fortræffelige Bogense-rom fra den lokale ligeledes fortræffelige vinhandler i tasken, slog vi os ned på en velplaceret terrasse med udsigt til både Jylland og Æbelø. Med et køligt glas riesling foran os skulle fruen korrespondere, – og jeg hev straks Knuds Ørsteddigt frem. Efter et minut var den begyndende frase nednoteret, og i løbet af de næste 20 minutter var melodien færdig, og riesling-glasset tømt.

Det underskønne solvejr og den prægtige udsigt havde kanaliseret tankerne fra Rudkøbing tværs over Fyn til Bogense havn, med god effekt. Harmoniseringen blev færdiggjort to dage senere ved hjemmets arne på det fjerne Østerbro. Ørstedsangen kunne begynde sit liv!

Bo Holten er komponist og dirigent. Han har ledet vokalgruppen Ars Nova og siden 1996 vokalensemblet Musica Ficta. Han har skrevet fire operaer, to symfonier og fire solokoncerter, samt filmmusik til Bille Augusts "Zappa" og "Tro, håb og kærlighed" samt Lars von Triers "Forbrydelsens element". Bo Holten (her sammen med sit yngste barnebarn 14 dage efter, at melodien blev til) er vokset op i Rudkøbing.

Nye hyldestsange til H.C. Ørsted

I anledning af 200-året for opdagelsen af elektromagnetismen har H.C. Ørstedselskabet og kirkespilsforeningen "Åben Himmel" på Langeland udskrevet en sangkonkurrence til ære for Ørsted. Der eksisterer i forvejen to hyldestsange for Ørsted, som blev skrevet til 100-årsjubilæet for opdagelsen af elektromagnetismen.

Blandt de mange gode forslag blev to udvalgt til en delt førsteplads. Den ene af vindersangene er "Han går ad rette stier", som er skrevet af Knud Pedersen med melodi af Bo Holten, mens Christen Tofte har skrevet den anden vindersang, "Elektromagnetisme", på melodien til Menuetten fra "Elverhøj".

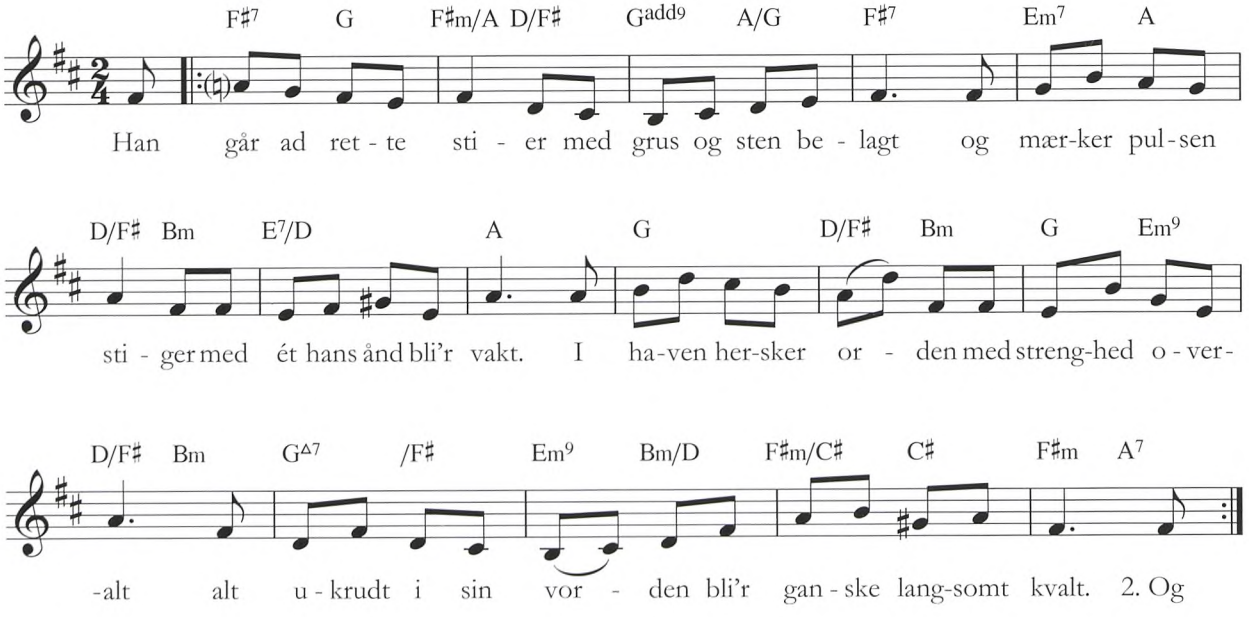
H.C. Ørstedselskabet er ved at udgive et hæfte med de to vindersange samt sangene på 2. og 3.-pladsen. Hæftet kan anskaffes ved henvendelse til selskabet på e-mail: troels@kroyer.net.

I denne artikel fortæller Knud Pedersen og Bo Holten om tilblivelsen af deres sang, som vi bringer på næste side med deres tilladelse.

Han går ad rette stier

Ånden i naturen

Tekst: Knud R. Pedersen 2020
Musik: Bo Holten 2020



2. Og kvalt bli`r skæve tanker
på grusbelagte vej
de kræver vilde banker,
ustyrlig tankeleg.
Han går ad lige gange:
En teori for mig
må være lig en slange
der voldsomt bugter sig.

3. Hans tanker vandrer steder
som ingen før har set
hans tanker sammenkæder
alt det som før var spredt.
Elektromagnetisme
og ånden i natur
er ham det skarpe prisme
der blotter en struktur.

4. Af det vi kunne lære,
og af hans nye ord,
at være visionære
for denne smukke jord;
og alle livet dele
så havens mangeløv
forbindes til et hele
med ånd og stjernestøv.

5. Så H.C.Ø. vi hylder
hans langelandske vid
vor dagligdag fortryller
i et par seklers tid.
Elektromagnetisme
og ånden i natur
er os det skarpe prisme
der blotter en struktur.

H.C. Ørsteds nordlys

Kira Moss

Her præsenteres en hidtil ubemærket, usigneret populærvidenskabelig artikel "Nordlyset", udgivet i 1840. Der argumenteres for, at den er skrevet af H.C. Ørsted. Artiklen beskrives i kontekst af samtidens overordentlig store interesse for nordlys samt punkter af nordlysets videnskabshistorie før og omkring 1840.

Det populære lys

I 2020 skal man temmelig mange breddegrader nordpå for med god sandsynlighed at kunne opleve nordlyset, men på H.C. Ørsteds tid var nordlys over Danmark ikke en sjældenhed som i dag. Placeringen af den magnetiske nordpol var lidt mere gunstig, og lysforurening var endnu ikke noget problem.

Opdagelsen af elektromagnetismen, som vi fejrer 200-året for nu, fik stor indflydelse på nordlysets videnskabshistorie. H.C. Ørsted (1777–1851) foranstaltede, at man fik kontinuerlige geofysiske målinger i Danmark, og han påvirkede andre med sin interesse for geomagnetisme. Ørsted havde imidlertid ikke selv fokus specielt på nordlyset. Udover et par bemærkelsesværdige linjers referat af et foredrag er hans rolle i nordlysforskningens historie indirekte. Ikke desto mindre var Ørsted omgivet af nordlys. Ikke bare har han ganske sikkert set det på nattehimlen over Rudkøbing og København, fænomenet var også uhyre populært blandt videnskabsmænd, forfattere og i den almene befolkning.

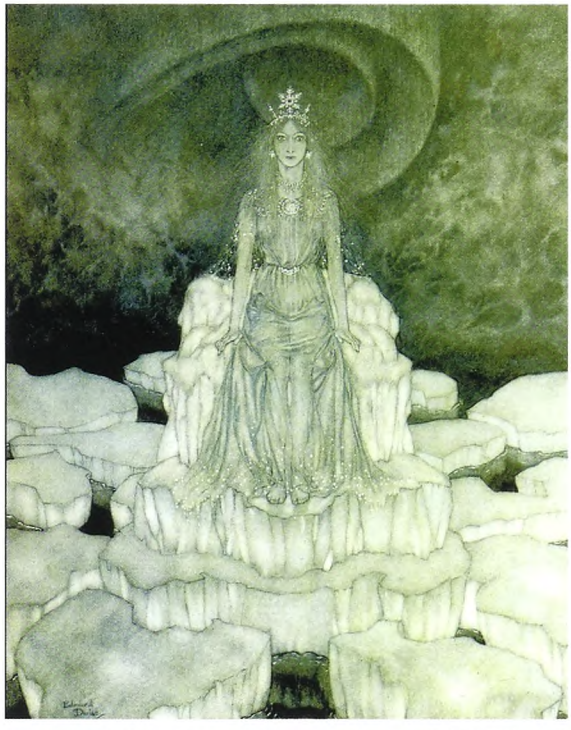
I 1840 udkom en populært formidlende artikel om nordlyset i *Dansk Folkekalender for 1841* [1]. Artiklen er usigneret, men der er gode argumenter for, at H.C. Ørsted var forfatteren. Den hidtil ubemærkede artikel er i oktober 2020 publiceret for første gang siden 1840. Den findes i sin fulde længde med introduktion og oversættelse til engelsk i den digitale skriftserie *Aurorae Borealis Studia Classica*, udgivet ved Universitetsbiblioteket, UiT Norges arktiske universitet [2].

Det er håbet, at disse bemærkninger vil vække en nysgerrighed i forhold til at læse artiklen i sin helhed.

H.C. Ørsted som forfatter af "Nordlyset"

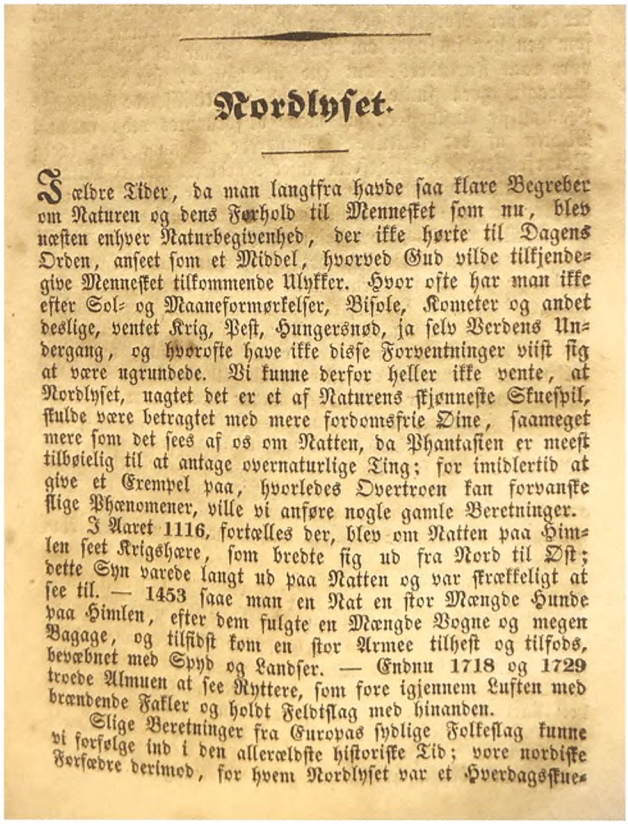
Hans Christian Ørsted stod i første halvdel af 1800-tallet i centrum af en bemærkelsesværdig kreds af forfattere, kunstnere, filosoffer, videnskabsmænd og hvad man kan kalde generelle polyhistorer. Kunst, videnskab og filosofi gik hånd i hånd, og den tyske romantiske naturfilosofi påvirkede bl.a. Ørsted stærkt. Som de fleste vil vide, var Ørsted blandt sine mange aktiviteter optaget af formidling af især fysik og kemi til en bredere offentlighed. Hans forelæsninger trak enormt mange tilhørere fra det lærde borgerskab, og i 1824 grundlagde han *Selskabet for Naturlærens Udbredelse* (SNU).

Ørsted var også involveret i personkredsen bag *Selskabet for Trykkefrihedens Rette Brug*, der i 1840 udgav *Dansk Folkekalender for 1841*. Kalenderen, der er tidsskriftets første nummer, er en lille bog og et typisk 1800-tals årsskrift med en blanding af kalender, skønlitterære og kunstneriske bidrag samt almindelig folkeoplysning, også inden for naturvidenskab. Sidst i bogen findes artiklen "Nordlyset", der med stor sikkerhed er skrevet af H.C. Ørsted.



Figur 1. H.C. Andersen, der var nær ven af H.C. Ørsted, udgav i 1844 eventyret Snedronningen. Eventyret er formentlig den historie, der har ført til flest afbildninger af nordlys. Her er snedronningen i Edmund Dulacs version. Bemærk, at snedronningen er omgivet af en særegen arktisk nordlysform i stedet for den meget brugte nordlysbue. (*Stories from Hans Andersen, with illustrations by Edmund Dulac*, London, Hodder & Stoughton, Ltd., 1911).

H.C. Ørsteds position og tilknytning til tidsskriftet er i sig selv et godt indicium for Ørsted som artiklens forfatter. I anden årgang, *Dansk Folkekalender for 1842*, trykte Ørsted sin udmærket kendte, signerede artikel "Om Skypompen". "Nordlyset" er i sin stil og ikke mindst i vægtning af indhold bemærkelsesværdig. Der er i kredsen med tilknytning til *Selskabet for Trykkefrihedens Rette Brug* ingen andre oplagte personer til at skrive en sådan artikel. Desuden omtales artiklen ydermere i en anden nordlysartikel fra 1855. Eigil Schiern (1818–1865) holder den 11. februar 1855 i netop *Selskabet for Naturlærens Udbredelse* en forelæsning om nordlyset. Indholdet gengives i en artikel i et nummer af *Dansk Maanedsskrift*, 1855. Schiern skriver: "Ørsted bemærker i sin Afhandling om Nordlysene i Dansk Folkekalender for 1841 [...]" [3].



Nordlyset.

I ældre Tider, da man langtfra havde saa klare Begreber om Naturen og dens Forhold til Mennesket som nu, blev næsten enhver Naturbegivenhed, der ikke hørte til Dagens Orden, anseet som et Middel, hvorved Gud vilde tilkjendegive Mennesket tilkommende Ulykker. Hvor ofte har man ikke efter Sol- og Maaneformørkelser, Bisole, Kometer og andet deslige, ventet Krig, Pest, Hungersnød, ja selv Verdens Undergang, og hvorofte have ikke disse Forventninger viist sig at være ugrundede. Vi kunne derfor heller ikke vente, at Nordlyset, uagtet det er et af Naturens skjønneste Skuespil, skulde være betragtet med mere fordomsfrie Øine, saameget mere som det sees af os om Natten, da Phantasien er meest tilbøielig til at antage overnaturlige Ting; for imidlertid at give et Exempel paa, hvorledes Overtroen kan forvanske slige Phænomener, ville vi anføre nogle gamle Beretninger.

I Aaret 1116, fortælles der, blev om Natten paa Himlen seet Krigshære, som bredte sig ud fra Nord til Øst; dette Syn varede langt ud paa Natten og var skrækkeligt at see til. — 1453 saae man en Nat en stor Mængde Hunde paa Himlen, efter dem fulgte en Mængde Vogne og megen Bagage, og tilsidst kom en stor Armee tilhest og tilfods, bevæbnet med Spyd og Landser. — Endnu 1718 og 1729 troede Almuen at see Ryttere, som fore igjennem Luften med brændende Fakler og holdt Feldtslag med hinanden.

Slige Beretninger fra Europas sydlige Folkeslag kunne vi forfølge ind i den allerældste historiske Tid; vore nordiske Forfædre derimod, for hvem Nordlyset var et Hverdagsskue-

Figur 2. Første side af H.C. Ørsteds nordlysartikel i *Dansk Folkekalender for 1841* [1].

Populærvidenskab uden mytologi

Artiklen fylder ni tættrykte sider. I første del af "Nordlyset" samler forfatteren, hvad man ved om nordlyset på dette tidspunkt, herunder en kort beskrivelse af magnetnålens egenskaber og relation til nordlyset. Herefter giver han en generel indføring i elektricitet og magnetisme, også elektromagnetisme. Disse emner gennemgås som forudsætning for en forståelse af sidste del af artiklen, hvori han slutter af med en egen gisning om nordlysets forklaring.

I sin gennemgang af forskellige emner er artiklen i høj grad på linje med andre generelle tekster om nordlys i denne periode. Alligevel er den usædvanlig, for det første ved sin længere indføring i grundlæggende viden om magnetisme og elektricitet og elektromagnetisme. For det andet er det i forhold til mange andre generelle nordlystekster i samtiden bemærkelsesværdigt, at den stort set kun omhandler nordlys fra det videnskabelige perspektiv. Ørsted har kun få henvisninger til tidligere tiders teorier, overtro behandles kun uhyre kort, og nordlysets mytologi nævnes slet ikke. For det tredje er artiklen, der ellers gennemgår elementer, hvorom der var en høj grad af konsensus, usædvanlig ved at inkludere en ny forsøgsvis forklaring.

En ældgammel gåde

Nordlysets årsag er en ældgammel gåde, og en imponerende stor andel af alle tiders naturfilosoffer og videnskabsfolk fra antikken og frem til videnskabens opdeling i specialområder har forsøgt at bidrage til dens løsning. I forhold til den moderne naturvidenskabs begyndelse kan det for eksempel nævnes, hvordan Galileo Galilei (1564-1641) i 1619 forklarede nordlyset som sollys, der rammer og reflekteres i damp øverst i atmosfæren. En teori med spor helt tilbage til Aristoteles' nordlysteori. René Descartes (1596-1650) forklarede samtidig nordlyset ved solstrålers refleksion i iskrystaller i atmosfæren. At nordlyset skyldes refleksion eller refraktion på den ene eller anden måde, var en udbredt forestilling op til 1800-tallet.

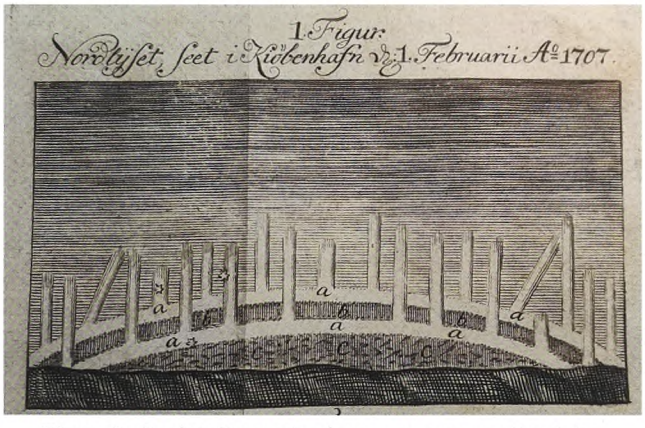
Figur 3. Nordlyset optrådte stadig mere hyppigt i populærvidenskaben gennem 1800-tallet, ofte som blikfang i begyndelsen af generelt oplysende bøger. Dette eksempel er fra et uhyre populært værk, hvor nordlyset er afbildet på den eneste farveillustration til knapt 1000 sider. Som hos Ørsted forklares nordlyset her i 1891 ved elektricitet, kun få år før de første forklaringer, der knytter nordlyset til katodestråler, slår igennem. (*"Phénomène électrique de l'atmosphère: Aurore Boréale"* ("Elektrisk fænomen i atmosfæren: Nordlyset"). Farvelitografi i Emile Desbeaux (1891) *Physique populaire*, Flammarion, Paris.)

Efter en periode med lav solaktivitet i næsten et århundrede strålede nordlysene i begyndelsen af 1700-tallet pludselig langt ned mod syd. Fænomenet blev beskrevet grundigt i blandt andet London, Paris og Norditalien samt mange steder i Nordamerika. Efter nordlysets lange fravær og med store pestudbrud i frisk erindring, så mange i den bredere befolkning nordlyset som tegn på, at verdens undergang var nær. Samtidig vakte det i tidligere tider beskrevne, men ukendte naturfænomen også en stærk nysgerrighed hos oplysningstidens lærde. Resultatet var for eksempel, at *Royal Society* i London i 1716 bad Edmund Halley (1656–1742) om at finde en forklaring, der blev publiceret i *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 1716, side 406–428.

Ørsteds artikel berører de fleste områder fra overvejelserne om nordlys i midten af 1800-tallet

- Nordlyset er et gammelt fænomen, kendt i Norden i alle tider
- Afvisning af sydlændingenes overtro og religiøse forklaringer
- Nordlysets former og farver
- Udbredelse, både geografisk og tidsligt
- Nordlysets højde
- Sammenhæng med vejret, herunder at et let skydække formentlig er en forudsætning for nordlys
- Nordlysets lyd, eller mangel på samme
- Observationer i forhold til magnetnålens stilling på forskellige steder i relation til nordlys
- Nordlyset og sygdom eller ulykker

Halley havde allerede under fraværet af nordlys udviklet adskillige endog meget spektakulære nordlysteorier, men efter at have set nordlyset selv, lagde han teorier om blandt andet lys fra beboede kloder i Jordens indre fra sig. Han mente i sidste ende, at nordlyset måtte skyldes en form for magnetisk damp fra Jorden. Ørsted referede i "Nordlyset" afvisende til denne teori uden at nævne Halley ved navn (side 178).



Figur 4. Også i Danmark så man mange nordlys i begyndelsen af 1700-tallet. Dette nordlys blev observeret af Ole Rømer fra Rundetårn klokken 11 om aftenen den 1. februar 1707. (Gengivet i J.F. Ramus: "Historisk og Physisk Beskrivelse over Nordlysets forunderlige Skikkelse, Natur og Oprindelse" i Skrifter som udi det Kiøbenhavske Selskab af Lærdoms og Videnskabers [...] for 1743 og 1744, Kjøbenhavn, 1745, første del, side 317–396).

Halley mente således, som de fleste andre på denne tid, at nordlyset var et atmosfærisk fænomen. Trods en vis alsidighed i nordlysteorierne, fik man desuden gennem utallige observationer i løbet af 1700-tallet sikkerhed for en sammenhæng mellem nordlys og magnetnålens stilling. Nordlyset blev dermed knyttet tæt til jordmagnetismen. Det blev også stadig tydeligere, at man måtte have en mere præcis højde for fænomenet for at kunne forklare det. De fleste mente desuden, at der var en sammenhæng mellem nordlys og vejret.

I slutningen af 1700-tallet kom de første teorier om nordlyset som et elektrisk fænomen. Benjamin Franklin (1706–1790) havde i 1752 vist, at lynet er elektrisk og i øvrigt allerede inden publiceret den første amerikanske nordlysteori. John Canton (1718–1772) foreslog i 1753 (*Philosophical Transactions* 1753, side 357–358), at nordlys var en form for udladning af ild fra positivt til negativt ladede skyer. Herefter kom flere forklaringer af, at nordlyset skyldtes en udladning af en elektrisk spænding mellem jordoverfladen og atmosfæren og dermed på forskellig vis kunne være beslægtet med lynet. En sidste forudsætning for de fleste nordlysteorier i første halvdel af 1800-tallet blev givet, da franskmanden Jean Baptiste Biot (1774–1862) i 1817 konkluderede at nordlysspektret ikke havde noget spor af polaritet. Herfra kunne man se bort fra teorier om refleksion eller refraktion. Nordlyset måtte være lysende i sig selv.

Figur 5. The Society for Promoting Christian Knowledge i London udgiver ca. samtidig med artiklen i *Dansk Folkekalender* et blad med et stemningsfuldt nordlysbillede, hvor forfatteren tydeligvis får blandet lidt rundt på fakta: "The cause of the Aurora has never been satisfactorily explained. It is, however usually attributed to electricity, which, in its passage from the north pole to the equator, is supposed to become visible in this form. The beautiful imitation of the streamers of the Aurora, which can be obtained from the electrical machine, seems to favour this view; yet it is remarkable that the magnetic needle has never been visibly affected by the Aurora even in those countries where the phenomenon is the most splendid. This is still, therefore, one of those wonderful displays of Divine Power which we must admire, without being able, in the present state of our knowledge, to explain or understand." (Håndkoloreret træsnit fra *Phenomena of Nature* (1849), Josiah Wood Whymper, udg. af R. Clay, London.)

Nordlys fra alle sider

I begyndelsen af 1800-tallet havde henved alle videnskabsfolk med interesse i fysik en nordlysteori. Den faglige interesse for fænomenet var enorm. Flere af Ørsteds nærmeste forbindelser inden for videnskaben arbejdede intenst med nordlys, mest markant tyskeren Johann Wilhelm Ritter (1776–1810) og nordmanden Christoffer Hansteen (1784–1873). Ritter er som bekendt i dag bl.a. berømt for at opdage ultraviolet lys og at konstruere en elektrokemisk celle allerede i 1802. Ritter arbejdede intensivt med nordlys i flere perioder. Ritter var som H.C. Ørsted stærkt påvirket af den romantiske naturfilosofi. Christopher Hansteen befandt sig i H.C. Ørsteds københavnske inderkreds i mange år.

Figur 6. Nordlysets synes at være et naturfænomen skabt for den romantiske naturfilosofi, som var så definerende for H.C. Ørsted. I dag er oplevelsen at stå under et stort arktisk nordlys noget af det tætteste, man kan komme på romantikernes forståelse af det sublime i naturen. En oplevelse som vel og mærke ikke kan streames eller i det hele taget gengives på billede. Dette kobberstik fra 1806 viser oplysningstidens videnskabsmand, der går med sit eget lille lys på en trang vej, der snor sig forbi et krucifiks så stift som hans gudstro. Manden må vende sig bort for at skærme sig mod et pludseligt nordlys over hele himlen. Lygtens begrænsede oplysning og firkantede skygge forekommer ubetydelig sammenlignet med naturens storhed og sublime helhed her vist gennem nordlyset. ("Das Nordlicht", kobberstik, A. Wagner, 1806.)

De havde fælles forskningsinteresser, og efter sigende var det den ældre Ørsted, der inspirerede Hansteen til hans betydningsfulde karriere inden for især geomagnetisme. Hansteen nævnes flere gange i "Nordlyset" som kilde til ny information om nordlyset.

Ørsted omtaler, i sin egenskab af sekretær for *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab*, hvordan han selv i 1823 har forelagt selskabet nogle bemærkninger om nordlyset. På ganske få linjer opridser han en sammenhæng mellem de store nordlysbuer, magnetisme og en elektrisk strøm i atmosfæren, samt at man endnu ikke har al nødvendig viden til en samlet nordlysteori [4]. De få ord til trods giver disse linjer i et referat i selskabets række en lille plads til Ørsted i nordlysforskningshistorien. Sammenhængen, der opridses her, stemmer udmærket overens med forklaringerne i "Nordlyset", om end artiklen har en meget løsere karakter, end hvad man må forvente, at det omtalte foredrag har haft.

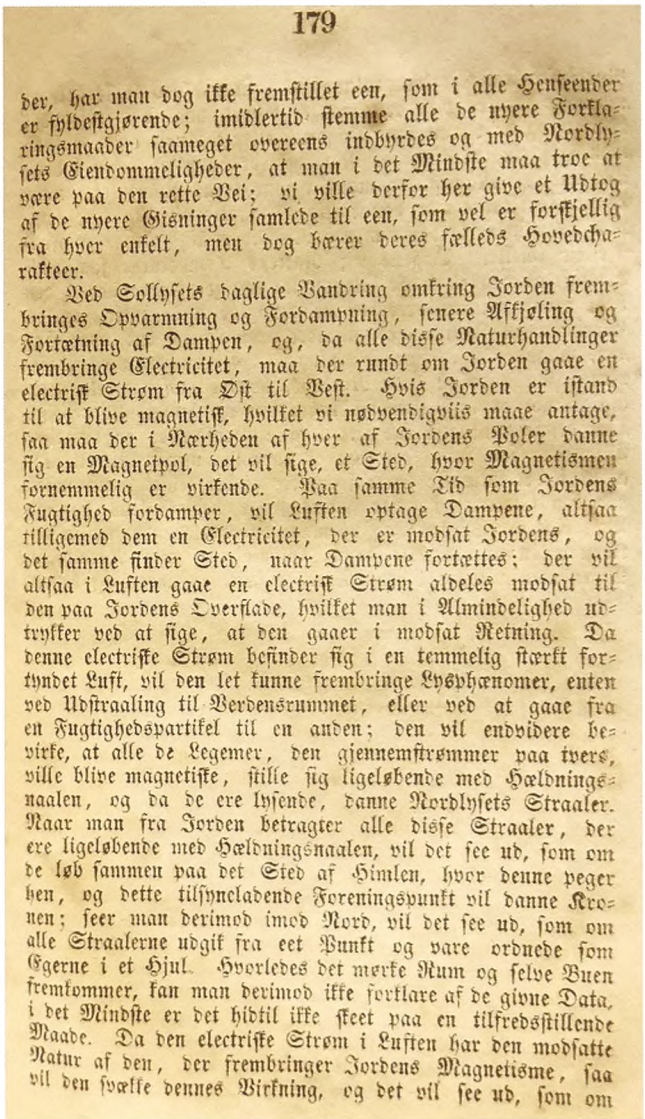
H.C. Ørsted nævner kun nordlyset enkelte andre steder i sine arbejder, han vil bl.a. i 1803 ikke helt udelukke, at nordlys kan være et eksempel på lys fra magnetisme, svarende til gnisten fra elektricitet [2, Introduction].

I "Nordlyset" omtales som nævnt de fleste af de almindelige emner inden for feltet. Der er stadig mange spørgsmål, Ørsted lader de fleste stå til dels åbne, men især i forhold til det vigtige spørgsmål om nordlysets højde, er artiklen ganske bestemt. Ørsted skriver, at man har "uomstødelige Facta for", at nordlyset er tæt ved jorden. Pålidelige kilder har set det under skyerne (side 174).

Afsnittene om elektricitet, magnetisme og elektromagnetisme lægger op til den afsluttende gisning. De gældende teorier er alle elektriske og har så meget til fælles, at Ørsted kan skrive: "Vi vil derfor her give et Udtog af de nyere Gisninger samlede til een, som vel er forskjellig fra hver enkelt, men dog bærer deres fælleds Hovedcharakteer" (side 179).

Ørsteds nordlys

Den tentative forklaring, Ørsted giver sidst i artiklen, har som udgangspunkt, at Solens daglige fordampning fra havene efterfulgt af nattens afkøling skaber en strøm i selve atmosfæren. Et uddrag af forklaringen lyder:



179

der, har man dog ikke fremstillet een, som i alle Henseender er fyldestgjørende; imidlertid stemme alle de nyere Forklaringsmaader saameget overeens indbyrdes og med Nordlysets Eiendommeligheder, at man i det Mindste maa troe at være paa den rette Vei: vi ville derfor her give et Uddrag af de nyere Gisninger samlede til een, som vel er forskjellig fra hver enkelt, men dog bærer deres fælleds Hovedcharakteer.

Ved Sollysets daglige Vandring omkring Jorden frembringes Opvarmning og Fordampning, senere Afkjøling og Fortætning af Dampen, og, da alle disse Naturhandlinger frembringe Electricitet, maa der rundt om Jorden gaae en electrisk Strøm fra Øst til Vest. Hvis Jorden er istand til at blive magnetisk, hvilket vi nødvendigviis maae antage, saa maa der i Nærheden af hver af Jordens Poler danne sig en Magnetpol, det vil sige, et Sted, hvor Magnetismen fornemmelig er virkende. Paa samme Tid som Jordens Fugtighed fordamper, vil Luften optage Dampene, altsaa tilligemed dem en Electricitet, der er modsat Jordens, og det samme finder Sted, naar Dampene fortættes; der vil altsaa i Luften gaae en electrisk Strøm aldeles modsat til den paa Jordens Overflade, hvilket man i Almindelighed udtrykker ved at sige, at den gaaer i modsat Retning. Da denne electriske Strøm befinder sig i en temmelig stærkt fortyndet Luft, vil den let kunne frembringe Lysphænomer, enten ved Udstraaling til Verdensrummet, eller ved at gaae fra en Fugtighedspartikel til en anden; den vil endvidere bevirke, at alle de Legemer, den gjennemstrømmer paa tvers, ville blive magnetiske, stille sig ligeløbende med Hældningsnaalen, og da de ere lysende, danne Nordlysets Straaler. Naar man fra Jorden betragter alle disse Straaler, der ere ligeløbende med Hældningsnaalen, vil det see ud, som om de løb sammen paa det Sted af Himlen, hvor denne peger hen, og dette tilsyneladende Foreningspunkt vil danne Kronen; seer man derimod imod Nord, vil det see ud, som om alle Straalerne udgik fra eet Punkt og vare ordnede som Egerne i et Hjul. Hvorledes det mørke Rum og selve Buen fremkommer, kan man derimod ikke forklare af de givne Data, i det Mindste er det hidtil ikke skeet paa en tilfredsstillende Maade. Da den electriske Strøm i Luften har den modsatte Natur af den, der frembringer Jordens Magnetisme, saa vil den svække dennes Virkning, og det vil see ud, som om

Figur 7. Næstsidste side af artiklen "Nordlyset" med hovedparten af den tentative forklaring [1].

"Da denne electriske Strøm befinder sig i en temmelig stærkt fortyndet Luft, vil den let kunne frembringe Lysphænomener, enten ved Udstraaling til Verdensrummet, eller ved at gaae fra en Fugtighedspartikel til en anden; den vil endvidere bevirke, at alle de Legemer, den gjennemstrømmer paa tvers, ville blive magnetiske, stille sig ligeløbende med Hældningsnaalen, og da de er lysende, danne Nordlysets Straaler" (side 179)

I udgangspunktet er Ørsteds tentative forklaring ikke særlig bemærkelsesværdig, hvilket Ørsted jo netop også har som forudsætning. Den svarer meget godt til nordlysforskningen generelt på dette tidspunkt i 1840'erne. Læser man hele Ørsteds forklaring, er det ikke desto mindre værd at bemærke, hvordan elektromagnetismen er et gennemgående element. Ligesom man kan argumentere for, at Ørsted er meget tidligt ude med en forestilling om en atmosfærisk elektrisk strøm i stor højde.

Vi kan ikke ud fra denne populære, usignerede artikel tildele H.C. Ørsted en mere direkte placering i nordlysfysikkens historien. Måske vil der i en senere søgen i papirer dukke flere referencer op til denne artikel og dens forfatter. Forhåbentligt er det imidlertid allerede nu sandsynliggjort, at Ørsted er forfatteren, og dermed er artiklen, Ørsteds væsentlighed taget i betragtning, alene af den grund interessant.

H.C. Ørsted afslutter sin usignerede artikel "Nordlyset" med følgende ydmyge attitude, der peger ind i fremtiden:

"Om denne Anskuelse end ikke i alle Henseender er tilfredsstillende, saa synes den dog at have saa megen Rimelighed, at vi i det Mindste maae formode, at Nordlyset frembringes ved den Electricitet, der fremkommer ved Solens daglige Vandring om Jorden; og vi maae da overlade det til Fremtiden enten at udstrække denne Gisning til alle Nordlysets Phænomener, eller i dens Sted at sætte en anden og bedre."

Litteratur

[1] (H.C. Ørsted) usigneret (1840) Nordlyset, *Dansk Folkekalender for 1841*, Udgivet af Selskabet for Trykkefrihedens rette brug, Kjøbenhavn, side 171–180.

[2] (H.C. Ørsted) (2020) An unsigned article on Nordlyset (1840) by Hans Christian Ørsted, (Oversættelse og indledning ved Kira Moss), *Aurorae Borealis Studia Classica*, bind 10, UiT, Norges Arktiske Universitet, doi.org/10.7557/absc.2020.10.

[3] E. Schiern (1855) "Om Nordlysene", *Dansk Maanedsskrift*, Redigeret og udgivet af Dr. M.G.G. Steenstrup, Gyldendalske Boghandel, side 1–17.

[4] Kgl. Danske Vid. Sel. (1824) Oversigt over Selskabets Forhandlinger fra 31 Mai 1822 til 31 Mai 1824, i *Det Kongelige Danske Videnskabers Selskab, Philosophiske og Historiske Afhandlinger*, Anden Deel, Copenhagen 1824, side XIII–LIV. Afsnittet lyder i sin fulde længde (side XLV): "Samme [Örsted] har meddeelt Selskabet nogle Bemærkninger over Nordlysets Theorie, hvorved han især giorde opmærksom paa, at den lysende Bue af de store Nordlys netop har samme Retning som en electrisk Udladning maatte have, der skulde staae i samme Forhold til Magnetismen. Iövrigt holdt han ikke for at vi endnu have alle de nödvendige Kundskaber, for at danne en fuldstændig Theorie af Nordlyset".

Kira Moss er cand. mag. i kulturhistorie. Hun har arbejdet med nordlysets videnskabs- og kulturhistorie i flere sammenhænge, bl.a. som forfatter, sammen med Peter Stauning, til en biografi om Sophus Tromholt (2012). For tiden arbejder hun med nordlysforskningens måske mest spektakulære periode i 1700-tallet, samt på et større værk med oplysende nordlysafbildninger fra før fotografiet.

Ørsteds sammentænkning af naturvidenskab og sprog

Lise Bostrup, Den Danske Sprogkreds

Fysikkens H.C. Ørsted fejres i år i anledning af 200-året for sin opdagelse af elektromagnetismen. Ørsted selv mente imidlertid, at det vigtigste, han havde udrettet i sin lange videnskabelige karriere, var at skabe et sammenhængende kemisk ordforråd (en nomenklatur) på dansk. Vi ser her på sammenhængen mellem sprog og kemi i Ørsteds forskning og forfatterskab.

Hans Christian Ørsted (1777–1851) begyndte at studere kemi i København i 1794. Her blev han hurtigt optaget i en kreds af studerende og unge akademikere, der så op til lægen og naturvidenskabsmanden Ole Hieronimus Mynster (1772–1818). Mynster var optaget af den begyndende tyske romantiks tanker om, at alt hænger sammen i et hierarki af lavere og højere former. Ånden viser sig på alle niveauer. Den "slumrer i stenen, drømmer i planten, vågner i dyret og kommer til bevidsthed i mennesket", som den samtidige tyske filosof Friedrich W. J. Schelling (1775-1854) formulerede det.

I dag kalder vi perioden Guldalderen, og forfattere som H.C. Andersen og Adam Oehlenschläger, maleren C.W. Eckersberg, billedhuggeren Bertel Thorvaldsen, komponisten C.E.F. Weyse og balletmesteren August Bournonville hører med hertil.

Naturvidenskab og sprog er dele af samme organisme

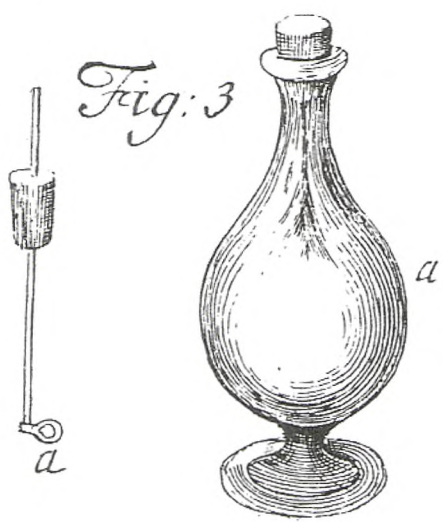
Et fællestræk for tilhængerne af den nye romantik var en afstandtagen til latin og en opprioritering af folkesprogene. "Latin er et tidsspildende kunststykke", erklærede Ørsted, og allerede som 22-årig, altså i 1799, trådte H.C. Ørsted ind i den offentlige debat med et krav om en kemisk terminologi på godt dansk. I bladet *Kjøbenhavns lærde Efterretninger* krævede han

> med stor styrke – og ret følelsesladet – at det kemiske fagsprog ikke blot skal være klart og dække en faktuel kemi, den kemiske nomenklatur skal også være godt dansk. Man skulle bruge ordene Quicksølv i stedet for Qvægsølv, Suurstof i stedet for Oxygen og Qvælstof i stedet for Stikstof. Det var godt dansk [1].

Kaotiske forhold

Ørsted begyndte at stille krav til et dansk kemisk fagsprog: Når det skulle være klart, dække den faktuelle kemi, og når det skulle være godt dansk, skyldtes det, at der på det tidspunkt herskede kaotiske tilstande i den danske kemi.

Faget kemi var først ved at blive indført på Københavns Universitet. Fra middelalderen og frem til Ørsteds tid havde det primært været apotekerne, der havde stået for indsamling af kemisk viden. Der var betegnelser på dansk, tysk, latin og italiensk i en pærevælling. Mange af de latinske betegnelser var skabt af munke, mange tyske og italienske betegnelser stammede fra alkymister, der opbyggede en ret stor kemisk viden i deres forsøg på at skabe guld, og så var der en masse stoffer, der var opkaldt efter personer, steder og funktioner, eller bare havde eksisteret i det danske folkesprog i århundreder, og som man ikke kunne gennemskue oprindelsen af.



Figur 1. Apparat til at antænde fosfor i "deflogisticeret luft" (1786) [2].

En moderne videnskabelig nomenklatur

Ørsted besluttede at skabe en ny, dansk kemisk nomenklatur med enhed mellem form og betydning. Den skulle være videnskabelig korrekt, indeholde et klart system af entydige betegnelser, der forholdt sig logisk til hinanden uden overlapninger og huller, udelukkende indeholde betegnende og ikke beskrivende betegnelser, og alle betegnelserne skulle være godt dansk.

Sproglig enhed som middel til videnskabelig erkendelse

Grundstoffer, forstået som stoffer, der ikke kan nedbrydes til andre stoffer, skulle udtrykkes ved enstavelsesord. Eksisterende ord som *bly, jern* og *kul* var således gode nok, men den danske betegnelse *surstof*, som han havde rost i 1799, måtte slettes af to grunde: For det første er der tale om et sammensat ord, og for det andet er det et ord, der beskriver stoffet og ikke blot betegner det.

Netop denne gennemskuelige logik opnår Ørsted ved i selve ordvalget at holde sig til de danske ord og ord fra sprog, som er tæt beslægtede med dansk som fx svensk og tysk.

Betegnelsen salt på Ørsteds tid

Navn efter anvendelsessted
Køkkensalt bruges i et køkken, fx når man koger grøntsager (natriumklorid).

Navn efter findested
Søsalt henviser til stoffets forekomst i vand.
Stensalt henviser til stoffets forekomst i ørkenområder.

Navn efter funktion
Kogesalt bruges som krydderi i forbindelse med madlavning.

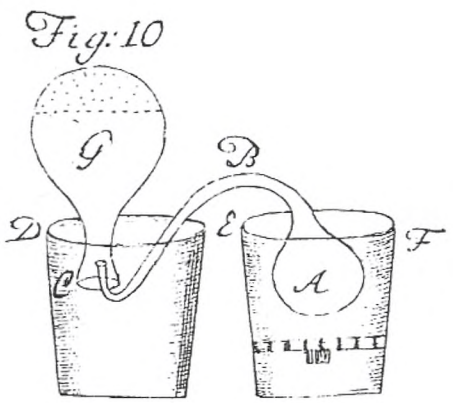
Navn efter personer med relation til stoffet
Glaubers salt er opfundet af den hollandsk-tyske apoteker Johann Rudolf Glauber (1604–1670), som opdagede det i 1625. Han kaldte det selv *sal mirabilis* (mirakelsalt), fordi det var et forrygende afføringsmiddel.
Sylvius' salt har fået navnet for at hædre lægen Franciscus Sylvius de la Boë (1614–1672), der var fortaler for at anvende kemi i lægevidenskaben. *Sylvius' salt* blev også primært anvendt som afføringsmiddel.
Libavius' væske er tintetraklorid, der tilskrives Andreas Libau (1555–1515). Det bruges til fremstilling af tin.

Navn efter virkning
Ætsesten (kaliumhydroxid) har en ætsende virkning. Der er faktisk ikke tale om en *sten*, men en særlig type *salt*. Ætsesten kaldes også *lapis infernalis* (helvedessten). *Kaliumhydroxid* bruges bl.a. i fremstillingen af sæbe.
Nogle af disse stoffer er slet ikke salte, men til gengæld er ætsesten ikke en sten, men en slags salt.

Ørsted udgav i 1809 en lærebog i kemi med titlen *Videnskaben om Naturens almindelige Love*, bind 1 (der udkom aldrig et bind 2). Heri udtrykker han sin idé om, at man ved at bruge danske ord, der indgår i et samlet system, kan skabe et fokus på det væsentlige og drive de studerendes indsigt i den rigtige retning.

> ... især har det været mit Ønske, at sætte Kunstord af Dansk Oprindelse i Stedet for fremmede. Det hele Foredrag vorder herved naturligere og de fremmede Ordbøininger, der upaatvivleligen langt mere vansire Sproget end de fremmede Stamord, undgaaes. Desuden erholde Tankerne, ved at udtrykkes med Ord af Modersmaalets egen Stamme, en langt mere umiddelbar, om jeg saa tør sige, øieblikkelig Klarhed, hvorimod man ved et fremmed Ord først maa lade Tanken svæve hen i andre Egne for at finde dets Oprindelse og indre Betydning. Ethvert Ord er et Tanketegn, og det hele Sprog en Samling af saadanne. Er nu Sproget virkelig eet Sprog og ikke en Sammenblanding af adskillige, saa gribe Ordene paa samme Maade ind i hinanden, som Tankerne i Sjælen, og udgjøre tilsammen et lyst og klart Hele.

Man må forstå, at Ørsted på ingen måde hævdede, at det danske sprog var andre sprog overlegent. Ørsted kunne læse latin, tysk og fransk og var meget engageret i nordisk sprogforståelse. Det, han ikke kunne holde ud, var den inkonsekvente sammenrodning af sprogene, barbarismen, som han kaldte den.



Figur 2. Apparat til at opsamle forskellige luftarter (1786) [2].

Konstruktion af naturvidenskabelige kunstord

For at skabe en systematik udtænkte Ørsted nye kunstord, som kunne afløse de gamle betegnelser.

Hans valg faldt på ordet *ilt*, fordi *oxygen* er et brændbart stof, der kan associeres med *ild*. Ordet *ild* betyder noget andet, men *ilt* er et enstavelsesord, og det lever op til Ørsteds sproglige kriterier. Det kan bøjes helt almindeligt *ilt, ilten*. Det kan sammensættes med andre ord til *iltholdig*, og det kan afledes til *at ilte* (at tilføre *ilt*) og heraf igen til *iltning* (det at tilføre *ilt*).

Ordet *brint* skabte han med udgangspunkt i dagligsprogets ord *brænde*, og ordet blev i begyndelsen stavet med *d* som i *brand* og *brænde*, og det er netop definitionen på *brint*, at det kan brænde. Brugen af det stumme *d* var helt bevidst fra Ørsteds side. De stumme *d*'er har ofte den funktion at holde sammen på et ords betydning trods ændrede bøjningsformer som fx *d* i *anden*, som er stumt, men som udtales i bøjningsformen *andre*, eller at henvise til ordets oprindelse som fx *d* i *finde*, som henviser til den tyske oprindelse i ordet *finden*.

Ordet *brint* kan også helt uden problemer bøjes *brint – brinten* og sammensættes til *brintluft* og afledes til fx *at brinte, at afbrinte* og *afbrintning*.

Komplekse stoffer som komposita

Sammensatte stoffer skulle udtrykkes ved hjælp af sammensatte ord, og 2. leddet skulle vise, hvilken type

stof der var tale om. Forbindelser med *gas* hedder gas til "efternavn" som *surstofgas, vandstofgas* og *ammoniakgas*. *Kulsyre* og *svovlsyre* er *syrer*, og *saltene* hedder *salt* til efternavn. Det er så logisk, at selv et barn kan tegne de uorganiske kemiske stoffers tilhørsform som *grundstoffer, syrer / baser* og *salte* i et diagram med blandingsformerne tilføjet under hver overgruppe.

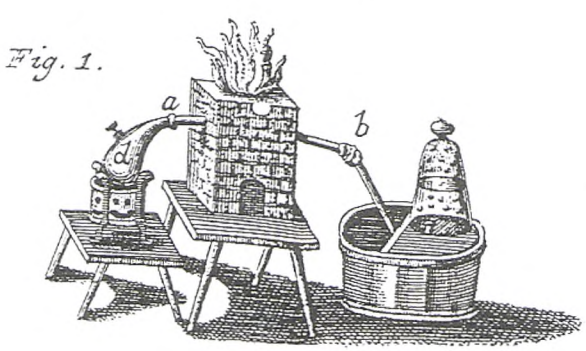
Sprogvidenskabelig protest

Den samtidige sprogforsker Rasmus Rask, som Ørsted korresponderede med, var imidlertid ikke spor begejstret for Ørsteds opfindelse af ordet brint, og i et brev til ham i 1812 hed det:

> Brind (eller Brindt) har det imod sig at alle de korte Afledsord af Verba betyde en Handling, Virkning el. desl., denne Fejl bliver tydeligere i den sidste Form Brindt lig Flugt, Ridt o. desl. hvorfor jeg og holder Brind bedre, det kunde ansees som en Variant af Brand [3].

Rask gjorde altså gældende, at der ikke fandtes nogen fortilfælde, hvor et substantiv blev afledt af et andet substantiv med suffikset *-t*. Spørgsmålet er imidlertid, hvorvidt de to ord skulle vurderes som afledninger. Ørsted omtalte dem aldrig som sådan. Han kaldte dem *kunstord*, og vi har da ord som *en klit, (et) kit* og *en milt*, der har samme struktur som *ilt* og *brint* uden at være afledninger af verber.

Ørsted svarede da heller aldrig på Rasks kritik, men fortsatte med at arbejde på sit projekt.



Figur 3. Apparat til at omskifte vand til luft (1786) [2].

Sprogvidenskab

Men Ørsteds interesse for det danske sprog holdt sig ikke inden for naturvidenskaben. Ligesom han med fynd og klem havde kritiseret den kemiske sprogbrug for at være usystematisk og vildledende, gav han i en tale med titlen *Danskhed* i Selskabet for den danske Litteraturs Fremme i 1836 det danske sprog det glatte lag. Det danske sprog var intet mindre end barbarisk:

> Altfor ofte have vi optaget fremmede Ord med Tilsidesættelse af vor egen Sprogskat, ofte have vi ligefrem oversat Fremmedes sammensatte Ord, uagtet vi herved erholdt Udtryk, som ikke passe til Sprogets Natur. Vore gode Skribenter ere neppe virksomme nok til at modarbeide de Misbrug, de slette indføre. Man har sørget for det moderne latinske Sprog, ved at give en Ordbog over de af de nyere Skribenter hyppigst deri begaaede Feil. Vort Sprog kunde trænge til en saadan Antibarbarus, og jevnligt maatte vi have Tillæg dertil [4].

Man kan her bemærke, at Ørsted ikke abonnerer på nutidens forestilling om, at sproget udvikler sig af sig selv. For ham er sproget et fælles ansvar, og det er "vore gode Skribenter", der kan fungere som forbilleder.

Ørsted afviste ikke brugen af fremmedord totalt, men han stillede de samme krav til optagelsen af ordene i normalsproget, som han havde gjort i forbindelse med ordene i den kemiske nomenklatur. Man skulle

> ... mage det så, at dette Fremmede forvandles til Kjød af vort Kjød og Blod af vort Blod; den danske Mand maa **fordanske** det Fremmede han vil byde sit Folk. (Ørsteds fremhævelse. Her citeret efter [5]).

Ligesom det var tilfældet med de kemiske betegnelser, betragtede Ørsted ikke ord af tysk oprindelse som fx *Blod* (Blut), *det fremmede* (das Fremde) og *Folk* (Volk) som uanvendelige, da de i modsætning til ord fra de romanske sprog (latin, fransk og italiensk) lod sig integrere udtalemæssigt og bøjningsmæssigt i det danske.

Ørsteds 10 mest populære naturvidenskabelige kunstord

ilt, brint, elektromagnetisme, fordampning, fortætning, gnidningsmodstand, rumfang, udfaldsvinkel, varmefylde, vægtfylde.

Ørsteds eftermæle

En af Danmarks største sprogforskere, Peter Skautrup, omtaler i sin gennemgang af perioden 1750 til 1870 [5] H.C. Ørsted som *"periodens originaleste ordskaber"*, og han erklærer, at *tidens ordavl er sørgeligt vanrøgtet i grammatikernes fremstillinger* [6].

Skautrups beklagelse af den manglende interesse for Ørsted som ordskaber kunne også være udtrykt i dag. H.C. Ørsteds kamp for at skabe et klart og logisk dansk er en del af det, man på dansk kalder *sprogrøgt* og i videnskabelige sammenhænge kalder *purisme* efter det franske ord *pure*, som betyder ren, og denne sprogvidenskabelige retning har ikke haft nogen videnskabelige tilhængere siden 2. verdenskrig [7].

Årsagen til sprogrøgtens sørgelige endeligt kan måske forklares ved, at nazisterne lagde stor vægt på at holde det tyske sprog frit for fremmedord, og mange herefter forbinder interessen for at pleje sit sprog med et yderst konservativt, måske næsten fascistisk uvæsen.

Redaktøren af Dansk Sproghistorie Anne Duekilde stiller sig ret uforstående over for modtagelsen af Ørsteds nydannelser [8]:

> Men 20 år senere, i 1814, kom H.C. Ørsteds nye navne, ilt og brint, som – **mærkeligt nok** – sejrede i dansk; dog har ordene oxygen og hydrogen været almindelig brugt i fagsproget siden midt i 1900-tallet. (Min fremhævelse.)

Ørsteds 10 mest populære almentsproglige kunstord

billedkunst, brugskunst, bærekraft, ildsjæl, klangbund, medborgersind, nejsiger, opkomling, tankeeksperiment, udstråling.

Professor emeritus, Frands Gregersen, der er kendt som en meget venlig mand, har en lidt anden strategi. Han forsøger at frelse Ørsted fra at blive kaldt purist:

> Ørsteds indsats er interessant, bl.a. fordi han aldrig forfalder til purisme på dansk-hedens vegne, men altid er interesseret i at få flest muligt med indenfor i videnskabens domæne [9].

Frands Gregersen læser imidlertid ikke Ørsteds værk i sammenhæng. Ørsted skabte ikke sine almentsproglige kunstord for at få flere mennesker "indenfor i videnskabens domæne". For ham var sprog og naturvidenskab, i det hele taget al slags kunst og natur, bestræbelser på en samlet erkendelse, og i hans optik var hans forsøg på systematisering og fordanskning af et materiale hans vigtigste bidrag til at drive den samlede menneskelige erkendelse fremad.

Når vi i dag betragter Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen som hans vigtigste indsats, skyldes det den betydning, den fik under den industrielle revolution, og når vi ikke værdsætter hans sproglige indsats, skyldes det, at datidens bestræbelser på at se alt i et samlet perspektiv i dag er erstattet af opdelingen af den menneskelige erkendelse i en række isolerede domæner.

Litteratur

[1] Trykt i *Kjøbenhavns lærde Efterretninger*, side 81, Her citeret efter min far Ole Bostrups disputats [2], side 123.

[2] Fra Ole Bostrup (1996) Dansk kemi 1770–1807. Den kemiske revolution, Teknisk forlag, side 77.

[3] Her citeret efter Ordbog Over Det Danske Sprog.

[4] Talen blev optrykt 1836 i Dansk Folkeblad nr. 53-54.

[5] Det Danske Sprogs historie (1953) bind 3, side 347.

[6] Ibid. side 340.

[7] Se artiklen *Dansk Sprogrøgt* i *Sprogkræsen* 3, 2019.

[8] Dansk Sproghistorie 2 (2018), side 347.

[9] F. Gregersen (2019) H.C. Ørsted og de nye ord, *Kvant*, bind 30, nr. 4, side 30–34.

Lise Bostrup f. 1956, datter af dr.tech. Ole Bostrup (1934–2012), cand.mag. i dansk og tysk, lærebogsforfatter, forlægger, formand for Den Danske Sprogkreds og redaktør af bladet Sprogkræsen.

Ørstedartikler i Kvant

Samel Arslanagić og Olav Breinbjerg (2019) Fra Ørsteds opdagelse af elektromagnetisme til det moderne trådløse samfund, nr. 4, s. 43.

Samel Arslanagić (2020) En moderne tilgang til undervisning i elektromagnetisme, nr. 4, s. 45.

Lise Bostrup (2020) Ørsteds sammentænkning af naturvidenskab og sprog, nr. 4, s. 38.

Jakob Askou Bøss (2019) H.C. Ørsted er en inspiration for alle, nr. 4, s. 50.

Kenneth L. Caneva (2019) Ørsteds præsentation af Ritters arbejde i Paris, nr. 4, s. 26.

Dan Ch. Christensen (2019) H.C. Ørsted – forskning, almendannelse og æstetik, nr. 4, s. 4.

Dan Ch. Christensen (2020) 3 × Ørsted, nr. 4, s. 42

Poul Henrik Damgaard (2020) Generel relativitetsteori: forbindelsen til Ørsted, nr. 2, s. 10.

Knud Bjarne Gjesing (2013) Ørsted og Andersen og guldalderens naturfilosofi, nr. 4, s. 18.

Frans Gregersen (2019) H.C. Ørsted og de nye ord, nr. 4, s. 30.

Kristján Gulbrandsen, Troels C. Petersen og Børge Svane Nielsen (2020) Foreningen af naturens kræfter længe efter Ørsted, nr. 2, s. 17.

Flemming Hansen (2020) Ørstedsatellitten, nr. 3, s. 3.

Anja Skaar Jacobsen (2019) Den første udforskning af elektromagnetismen: Ørsted og Ampère, nr. 4, s. 20.

Karen Jelved og Andrew D. Jackson (2019) H.C. Ørsteds udenlandske rejser, nr. 4, s. 10.

Carl Henrik Koch (2019) H.C. Ørsted og den romantiske naturfilosofi, nr. 4, s. 7.

Helge Kragh (2019) Kemikeren H.C. Ørsted, nr. 4, s. 16.

Helge Kragh (2020) Fra Descartes til superstrenge: aspekter af foreningsteoriernes historie, nr. 2, s. 3.

Rasmus Larsen (2019) HCØ2020, nr. 4, s. 3.

Finn Lindberg (2019) Jagten på et Ørsted-relief, nr. 2, s. 23.

Kira Moss (2020) H.C. Ørsteds nordlys, nr. 4, s. 33.

Ove Nathan (2019) Fra Ørsted til Bohr, nr. 4, s. 41.

Tom Nervil (2019) På skuldrene af H.C. Ørsted, nr. 4, s. 48.

Holger Bech Nielsen og John Rosendal Nielsen (2020) Holgers jagt på den fundamentale teori, nr. 2, s. 23.

Jens Olaf Pepke Pedersen (2020) Ørsted og striden med Grundtvig om forholdet mellem tro og viden, nr. 4, s. 35.

Knud Pedersen og Bo Holten (2020) "Han går ad rette stier", nr. 4, s. 31.

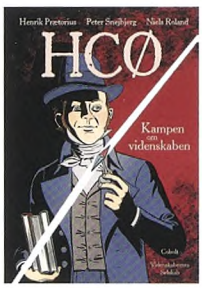
Jens Ramskov (2020) Ørsted og enhederne, nr. 3, s. 10.

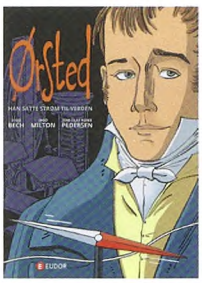
Martin S. Sloth (2020) Inflation: Én oprindelse for alt?, nr. 2, s. 13.

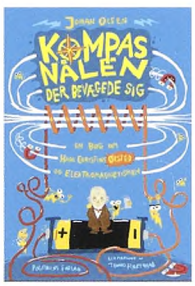
Laila Zwisler (2018) Historien om elektromagnetismen, nr. 4, s. 3.

3 × Ørsted

Dan Charly Christensen







Henrik Prætorius, Peter Snejbjerg og Niels Roland, "HCØ – Kampen om videnskaben", 2020, Forlaget Cobolt og Videnskabernes Selskab, 72 sider, 199 kr.

Sussi Bech, Ingo Milton og Jens Olaf Pepke Pedersen, "Ørsted. Han satte strøm til verden", 2020, Eudor, 80 sider, 184,50 kr.

Johan Olsen, illustreret af Thomas Hjorthaab, "Kompasnålen, der bevægede sig. En bog om Hans Christian Ørsted og elektromagnetismen", 2020, Politikens Forlag, 88 sider, 150 kr.

Fejringen af 200-årsjubilæet for elektromagnetismens opdagelse har kastet mange publikationer af sig, bl.a. disse tre, der især henvender sig til større børn. Der er tale om formidling af videnskabshistorie til ungdommen, om en opdagelse med verdenshistoriske perspektiver af en stædig nørd og landsmand fra den europæiske periferi. Forfatterne er tydeligvis fascinerede af forskeren og hans krogede vej til opdagelsen. Ørsted skildres som en frejdig ener, der trodser den samlede europæiske forskerverden ved, ligesom Klods-Hans, der imod alle odds friede til selveste prinsessen og fik ja, uforfærdet at træde ind i det parisiske parnas, belære den vankundige elite om de magiske kræfter, der styrer denne verden, og få ret. Gak du hen og gør ligeså! H.C. Ørsted er det romantiske forskeridol, hvis fodspor vil lede den moderne ungdom til nye bedrifter.

Alle tre bøger er oplysende og opbyggelige, men først og fremmest morsomme. De er skrevet med glimt i øjet, og illustrationerne vidner om, hvor meget forfattere og tegnere har moret sig undervejs. Bøgerne fortjener at blive lagt under ethvert juletræ som gaver til teenagere og voksne med barnesjælen i behold.

Om alle tre bøger gælder, at de går biografisk til værks. *Ørsted* og *Kompasnålen* sætter eventyret i gang ved at begynde med de to brødres, Hans Christians og Anders Sandøes, ukonventionelle opvækst i Rudkøbing. Læseren bliver uvilkårligt konfronteret med kontrasten til de utilsigtede konsekvenser af moderne børnehavers og folkeskolers masseopdragelse. En klog mand bad mig engang forklare, hvorfor moderne uddannelser producerer konformitet, aflærer nysgerrighed og gør potentielle originaler til kopier af hinanden – for nu at sætte sagen på spidsen. Han gav selv svaret: Landbrugskulturen havde brug for hyrdedrenge og -piger, der i ensomhed kedede sig på ryggen og under svævende skyer fik tiden til at gå med undren over naturens ufattelige sammenhæng. Hyrder måtte selvstændigt reflektere over åbne spørgsmål, hvor moderne skolebørns tid skal skemalægges, og deres viden testes i rigtige svar. *HCØ* begynder anderledes, nemlig in medias res: Paris 1803: Ørsteds dynamiske opgør med atomisterne. Så er grundkonflikten slået an, og det biografiske forløb starter på Københavns Universitet i 1795, ikke i Rudkøbing i 1777.

Alle tre bøger peger frem mod stort set ensartede omtaler af opdagelsen af elektromagnetismen i 1820, men en komparativ nærlæsning af de tre værker afslører væsentlige forskelle i skildringerne af, hvad der faktisk foregik i Paris i 1803. At Ørsted demonstrerede Ritters opfindelse af ladningssøjlen og hans forsøg med at påvise Jordens to elektriske poler er fælles stof. Men teserne bag og forsøgets instrumenter er forskellige. Det er ikke mærkeligt, for kildegrundlaget er højst usikkert. Ritter lavede mange eksperimenter samtidigt, dels med en zink-sølv-stang med messing i midten på en pivot (der – skønt ikke-magnetiseret – skulle virke som en kompasnål), dels med ladningssøjlen (der oplagrede elektricitet produceret af en voltasøjle). Disse instrumenter bad han "Mechanikus" Le Noir 10.6.1803 fremstille, og i et brev af 4.9. meddeler han sin mentor Manthey, at han har eftergjort Ritters forsøg dels på egen hånd og dels sammen med Biot og skrevet artikler herom til franske journaler. Ørsted regner "temmelig sikkert" med, at Ritter får den lille Napoleonpris (3.000 franc) og måske den store (60.000 franc). Forsøgene gentages nu for Nationalinstituttets galvaniske kommission den 4.10. (ladningssøjlen) og – uden at have modtaget Ritters detaljerede anvisninger – den 11.-13.10. Det eksperiment, der skal påvise Jordens elektriske poler, er beskrevet i Ørsteds "post scriptum" i artiklen *Experiments sur un appareil a charger d'électricité*. Udfaldet af forsøgene og den udeblevne Napoleonpris nævnes ikke med ét ord af Ørsted, hverken i rejsedagbogen eller i korrespondancen med Manthey.

Hvordan er disse forsøg eksponeret i de tre bøger?
1. Hvad ville Ørsted bevise?
2. Hvilke instrumenter brugte han?

I *HCØ* ser vi Ørsted i Le Noirs værksted (39), ladningssøjlens virkning er allerede forklaret (9), men der er ingen omtale af demonstrationen i Nationalinstituttet af dens oplagrende virkning i forbindelse med en voltasøjle. Ladningssøjlens hovedrolle ligger ifølge *HCØ* i dens anvendelse til påvisning af Jordens elektriske poler. Her viser det sig, at den ikke, som Ritter-Ørsted forventede, oplagrer elektricitet uden ledere fra Jordens el-poler, i hvert fald ikke i et omfang, der får en død frø til at spjætte. Demonstrationen udvikler sig til en fiasko, og Ørsted bliver til grin (8–11, gentages 40–41). Når *HCØ* tillægger ydmygelsen af Ørsted i Paris så stor vægt, at den både indleder tegneserien og senere gentages på sin kronologiske plads, får læseren

sat sejren ved opdagelsen af elektromagnetismen i 1820 kraftigt i relief i forhold til nederlaget i 1803 – yderligere forstærket af den nedsablende omtale af Ørsteds *Materialien...* om Winterls kemi på samme tidspunkt. Dette lavpunkt i Ørsteds karriere kunne have været markeret endnu stærkere ved at nævne, at han modtog den nedslående nyhed om Sophie Probstheins ophævelse af deres forlovelse netop på samme tidspunkt. Men i *HCØ* optræder Sophie kun som en flirt (26–27).

I *Ørsted* fylder demonstrationen af ladningssøjlen 4.9. meget mere, og Ørsteds optræden er en succes (28–31). Ritters andet forsøg, der skal påvise Jordens elektriske poler, anvender to forskellige instrumenter, først en ikke-magnetiseret sølv-zink-nål (de to metaller befinder sig i hver sin ende af den elektriske spændingsrække) på pivot, som Ørsted får Le Noir til at lave, men Ørsted kan ikke få den til at vise entydige resultater. Tanken er, at sølv-zink-nålen vil orientere sig mod Jordens formodede elektriske poler, så at +polen tiltrækker og -polen frastøder uden leder alene gennem luften. Ørsted bruger Ritters anden metode, hvor måleinstrumentet er ladningssøjlen, der formodes at optage elektricitet via atmosfæren, jo bedre desto nøjagtigere den vinkles i forhold til polernes meridian. Men den galvaniske kommission kan ikke konstatere nogen opladning af søjlen.

Ørsted fremsætter i prosateksten "Ånd og Natur" (68–79) – måske mere henvendt til voksne end børn – en uddybende forklaring af forsøget. Nyere forskning har vist, at Jorden faktisk har elektriske poler, men de er ikke placeret på samme måde som de magnetiske, derimod er selve Jorden negativt ladet, og den positive pol findes højt oppe i atmosfæren. Spændingen er angiveligt 200.000 V. Lyn oplader Jorden med -el, og +el sendes langsomt tilbage til de øvre luftlag i såkaldte "finvejrsstrømme" (75–76). Vertikale jordiske genstande er derfor positivt ladet foroven og negativt forneden, mennesker inklusive, men med selve kroppen som leder udlignes spændingen, så vi ikke opdager den. Ny, interessant viden for mig. Ritters anelse og Ørsteds tiltro til den var således ikke helt hen i vejret.

I *Ørsted* fylder forlovelseshistorien mere. Sophies afgørelse skyldes hendes fornemmelse af ikke at være fin nok til Hans Christians familie og vennekreds. Årsagen kunne også være skepsis over for hans prioriteringer, altså jalousi over hans altopslugende engagement i naturvidenskab. Sophies komplekser er taget på kornet, ligesom det er et morsomt påfund at tillægge Hans Christian udråbet "Sophie!?" ved synet af en maskeret fransk ungmø i et parisisk karneval.

I *Kompasnålen* laver Ritter og Ørsted første gang forsøget til påvisning af Jordens elektriske polaritet sammen under deres møde i Oberweimar i 1802. Måleinstrumentet er sølv-zink-stangen, som Ritter snart efter erstatter med en mini-voltasøjle med 60 små mønter, som drejer frit på en pivot ligesom en kompasnål – i princippet samme elektricitetsproducerende måleinstrument som sølv-zink-stangen. Ifølge kilderne er det kun Ritter, ikke Ørsted og Le Noir, der bruger den lille voltasøjle (49). Ingen virkning! Bogen konstaterer, at Jorden ikke har elektriske poler, og at forsøget derfor aldrig ville kunne vise nogen effekt. At Ørsted også demonstrerede ladningssøjlen med godt resultat, nævnes ikke. Paris 1803 karakteriseres som "den totale ydmygelse" (54). Ørsted har været for godtroende, og er slukøret – også fordi han har mistet sin kæreste.

Og 3. hvordan reagerede Hans Christian selv, Ritter og kollegerne i Det franske Videnskabsakademi?

I en artikel i Kvant (nr. 4, 2019, side 28–29) har Kenneth L. Caneva fremhævet, at min vurdering af Ørsteds Pariserophold som en fiasko savner kildebelæg. Nu har den forplantet sig til *HCØ* og *Kompasnålen*, mens *Ørsted* tager Canevas kritik til sig (75) og betoner Ørsteds fortjenester i Paris ("han sikrede sig et positivt ry blandt en række af de førende videnskabsfolk i Paris"). Så hvordan skal vi forholde os til disse modstridende vurderinger?

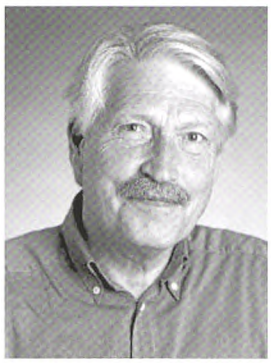
"Ydmygelse" indebærer både én, der ydmyger, og den, der føler sig ydmyget. Caneva har ret i, at der ikke findes kildebelæg for at hævde, at medlemmer af Det franske Videnskabsakademi ydmygede Ørsted endsige øvede negativ indflydelse på hans karriere. Det ville stride eklatant mod god, borgerlig fransk høflighed at tale nedsættende om en gæst. Ørsted mærkede både åbenhed og interesse for Ritters forsøg og arrogance fra de franske kolleger, hvis naturvidenskab, revolutionære idéer og succes på den europæiske krigsskueplads i disse år var second to none.

Men at Ørsted følte sig ydmyget, kan der næppe herske tvivl om. I ugerne op til forevisningen af de afgørende eksperimenter skrev han til sin velgører, professor Manthey, at Napoleonprisen til Ritter/Ørsted var så godt som hjemme. Han fik den aldrig. Efter skuffelsen skrev han ikke ét ord hjem om forløbet. Han dækkede over det, og såvel sejren med ladningsstøtten, som burde have udløst Napoleonsprisen, i hvert fald den lille, og nederlaget med de elektriske poler, som blev konstateret som et fata morgana, forblev ukendte i København, fordi Det franske Videnskabsakademis rapporter først blev offentliggjort 100 år senere. Derimod var det kendt, at anmelderne af *Materialien...* var enige om, at Winterls kemi var det rene nonsens, som akademikerne P.A. Heiberg, L. Engelstoft og R. Nyrup udbasunerede i skadefryd. Og at Sophie havde taget initiativ til at ophæve forlovelsen, oplevede Hans Christian ikke som en lettelse, men som en afvisning. Ritter skrev til Ørsted, at han hverken var bitter på eller overrasket over franskmændene. De to venner tog stiltiende afslaget til efterretning. Ritter havde brugt pengene på forhånd. Sammenfattende må det derfor præciseres, at Nationalinstituttet skuffede Ritters/Ørsteds forventninger ved at lade betydningen af det fejlslagne forsøg på at påvise eksistensen af Jordens elektriske poler overskygge opfindelsen af den velfungerende ladningssøjle, og dermed hindrede uddelingen af den eftertragtede Napoleonpris. At Ørsted følte sig ydmyget af en række sammenfaldende omstændigheder, kan der næppe indvendes noget imod. Men selvfølgelig har Caneva ret i, at franskmændene optrådte høfligt. At ydmyge en gæst ville være dårlig stil og stride imod fransk elegance.

Tegningerne i begge serier fortjener stor ros. Peter Snejbjerg og Niels Roland er helt konsekvente, når de tegner Ørsted som vindøjet – en pointe Sussi Bech og Ingo Milton vist ikke har fået øje på. Begge tegneserier strækker sig ud over 1820 med nogle få sider. I *HCØ* får vi i få billeder udlandets reaktioner af Ampére, Arago, Faraday, Ohm, Maxwell og Hertz og oprettelsen af Selskabet for Naturlærens Udbredelse og Polyteknisk Læreanstalt. H.C. Andersen kommer på besøg, og serien slutter med, at Ørsted tager sin toupé af og kryber i sin seng, som viser sig at blive hans dødsleje. I søvne passerer hovedpersonerne i hans liv revy, og ungdomsvennen og geniet/fantasten Ritter fremstiller nye dynamiske energikilder, som romantikerne profeterede om.

I *Ørsted* fejres opdagelsen med en udflugt til Dyrehavsbakken, udenlandske gratulanter banker på døren i Studiestræde for at overrække medaljer, jordemødre for at forløse tvillinger, og H.C. Andersen for at sælge sit seneste værk af Villiam Christian Walter (referencer til Shakespeare, sig selv og Scott – 60). Serien slutter med åbningen af Polyteknisk Læreanstalt som løftestang for et naturvidenskabeligt fakultet på universitetet.

Kompasnålen er en anden genre og kan derfor få mere kontekst med, selv om tegneserierne har brugt fantasien til at få så meget med som muligt iblandet spontane udråb og brandere. Johan Olsens stil og sprog sprudler og smitter.



Dan Charly Christensen er cand.phil. i historie (1970) og dr.phil. (1996) samt tidligere lektor i historie på RUC. Forfatter af talrige bøger og artikler om videnskabshistorie og af biografien om H.C. Ørsted "Naturens tankelæser" (2009).

Bordkalender 2021

John Rosendal Nielsen, Kvant

Michael Linden-Vørnle, "Bordkalender 2021 Viden om rummet – hver dag hele året rundt!", 2020, Forlaget Bolden, 365 sider, 149,95 kr.

Et nyt år truer, og hvad er ikke vigtigere end anskaffelsen af en kalender til skrivebordet. Astrofysikeren Michael Linden-Vørnle og forlaget Bolden har i denne sammenhæng skabt en bordkalender for alle ruminteresserede i aldersgruppen større børn og voksne (som der står på Boldens hjemmeside).

Hver kalenderside har ud over datoen også fakta om rumfart og rummet. Fakta er inddelt i tre kategorier: "Rumfart før og nu", "Viden om rummet" og "Det sker på himlen". I "Rumfart før og nu" kan man fx finde oplysninger om begivenheder fra rumfartens historie. Det er ofte om rumfartsulykker eller om tidligere (vellykkede) opsendte rumsonder. Man kan fx få at vide (den 5. marts), at "på denne dag i 1979 passerede NASA-rumsonden Voyager 1 forbi solsystemets største planet, Jupiter." Der er dog stor variation i, hvor interessant informationen i denne kategori er.

Der bliver fortalt flere interessante oplysninger om universet i "Viden om rummet". Disse oplysninger på kalendersiden har intet med den pågældende dato at gøre, men er i stedet generel viden om universet. Flere kalenderblade beskriver fx solsystemets sammensætning, stjerners liv og udvikling og forskellig information om universet. Nogle af teksterne kan forekomme lidt perifere med hensyn til, at det er viden om rummet, fx på bladet til 9. februar: "Der er to grunde til, at et stort teleskop er bedre end et mindre teleskop ...".

I kategorien "Det sker på himlen" får man beskrevet aktuelle astronomiske begivenheder på den pågældende dato. De er meget interessante, og det er praktisk at få disse oplysninger at vide, fx om delvis solformørkelse og om den årlige meteorsværm Lyriderne. Desværre er det kun få af kalenderbladene, som indeholder aktuel information om astronomiske begivenheder. Ved en simpel optælling fandt jeg ca. 30 blade i det første halvår med denne kategori, hvilket kun udgør 1/6 af bladene. Der er åbenbart ikke så mange aktuelle astronomiske begivenheder i 2021.

Der er ofte en tegning, som akkompagnerer Linden-Vørnles tekst. De har dog nogle gange tendens til at være noget barnlige, hvilket får mig til at stille spørgsmålstegn ved, om kalenderen også er beregnet til større børn og voksne. Jeg savner desuden nogle smukke billeder, som astronomien ellers er så rig på, men de er måske fravalgt af økonomiske grunde. Det eneste farverige ved kalenderen er, at skriften på datoen skifter gradvist fra lyseblå til mørkeblå i løbet af året.

Der er plads til noter på den højre side af kalenderbladet. Det er lidt af en gåde for mig, hvilke noter man ønsker at skrive dér i en tidsalder, hvor mobiltelefon minder en om vigtige begivenheder i ens liv, men det kan måske være smart til fælles beskeder i en børnefamilie. Nederst i venstre hjørne står der desuden, hvor stor en del af Månen, der er oplyst, men der er ikke blevet plads til beskrive, hvornår Solen står op og går ned.

Afslutningsvis vil jeg sige, at jeg personligt nok ville foretrække en kalender med et lille komisk indslag i form af for eksempel Wulffmorgenthaler til min start på dagen – og så få min viden om rumfart og universet fra bøger og tidsskrifter. Men kalenderen kan måske fungere godt på bordet hos den ruminteresserede børnefamilie.

En moderne tilgang til undervisning i elektromagnetisme

Samel Arslanagić, Institut for Elektroteknologi, DTU

Denne artikel beskriver implementeringen af et kursus i grundlæggende elektromagnetisme ved DTU, som gennem en længere årrække har modtaget meget positive evalueringer fra de studerende. Den klare organisering og struktur af kurset, samt faglige færdigheder og undervisernes personlighed bliver fremhævet som dets vigtigste aktiver. Ingen særlige undervisningsmetoder eller et ønske om sofistikerede e-læringsværktøjer nævnes som en afgørende forudsætning for et godt kursusforløb. Ikke desto mindre kan passende e-læringsværktøjer supplere de traditionelle aktiviteter og dermed øge de studerendes læringsudbytte. På vores kursus har vi for nyligt udarbejdet kortere videotutorials, tilgængelige via en YouTube-kanal, hvor typiske flaskehalse og problemer gennemgås i detaljer til stor nytte for og tilfredshed blandt de studerende.

Elektromagnetisme er en videnskab, som beskæftiger sig med fænomener forårsaget af elektriske ladninger. Elektrisk ladning er en grundlæggende egenskab ved alle stoffer og er kendt for at give anledning til elektromagnetiske kræfter, felter og bølger, der konstant omgiver os og påvirker vores liv på utallige måder. Elektromagnetisme vedrører således teorien og anvendelserne af elektromagnetiske felter og bølger. Den elektromagnetiske kraft er en af de fire grundlæggende kræfter i naturen sammen med de stærke og svage kernekræfter, samt tyngdekraften. Da alt stof er sammensat af elektriske ladninger, lever vi dybest set i en elektromagnetisk verden, hvor alle daglige fænomener, med undtagelse af tyngdekraften, er elektromagnetiske i deres oprindelse.

Elektromagnetisme ligger i grænselandet mellem teknisk videnskab og naturvidenskab. Den danner det videnskabelige grundlag for al elektroteknologi, og spiller dermed en enorm rolle i udviklingen af nogle af de mest avancerede teknologier af kolossal betydning for samfundet. Vores moderne samfund hviler vitterligt på skuldrene af elektromagnetismen i mange henseender.

På grund af den abstrakte teoretiske natur, betragtes elektromagnetisme som måske det vanskeligste emne for studerende at lære. Denne læringsudfordring kræver en ægte indsats for at opnå viden og derefter forståelsen af elektromagnetisme. Det indebærer også beslægtede udfordringer for undervisere, hvor det specielt er udfordrende og altafgørende at kommunikere emnet på en klar, letforståelig og motiverende vis. I det følgende beskriver jeg implementeringen af et kursus i grundlæggende elektromagnetisme på Danmarks Tekniske Universitet (DTU), som har vist sig at nyde bemærkelsesværdig popularitet blandt studerende.

Elektromagnetismekurset i korte træk

Kurset *Elektromagnetisme* er et 3. semester-, 10 ECTS-pointkursus. Kurset arrangeres af gruppen Elektromagnetiske Systemer ved Institut for Elektroteknologi. Det er obligatorisk for studerende indskrevet på B.Sc.-uddannelsen i Elektroteknologi, og det kan vælges af studerende på B.Sc.-uddannelsen i Geofysik- og Rumteknologi. Da kurset udbydes på engelsk, er der desuden en del gæstestuderende på kurset.

Målet med kurset er, at de studerende skal tilegne sig viden om begreberne og matematisk formulerede love for elektromagnetisme, som sætter dem i stand til at forstå elektromagnetiske fænomener i naturen og teknologier, samt at løse enkle tekniske problemer. Kurset dækker grundlæggende områder i elektrostatik, magnetostatik, tidsvarierende elektromagnetiske felter og Maxwells ligninger, samt plane bølger og transmissionslinjer. Læringsmålene for kurset involverer mål på både lavere og højere niveau i henhold til Blooms taksonomi [1]. I vores tilfælde er disse formuleret i form af verber såsom *at definere, at forklare, at anvende, at beregne* samt *at designe*. Kurset består af fire elementer:

- 26 forelæsninger
- 13 grupperegninger
- 3 større hjemmeopgaver
- 3 laboratorieøvelser

Evalueringen af den studerendes præstation består af en skriftlig eksamen (70%), hjemmeopgaver (15%) og laboratorieøvelser (15%). Lærebogen i kurset er *Field and Wave Electromagnetics* af David K. Cheng [2], hvoraf de første 9 kapitler gennemgås. Supplerende kursusnotater bruges til grupperegninger, hjemmeopgaver og laboratorieøvelser. Forelæsningerne understøttes desuden i høj grad af illustrative eksempler fra [3–5].

Hvad siger de studerende?

Siden 2017 har kurset haft omkring 100 studerende hver gang, det tilbydes, hvilket er en stigning på 35–40 studerende sammenlignet med årene inden. Stigningen skyldes primært en betydelig øget population af Geofysik- og Rumteknologi-studerende i kurset. Kurset har igennem tiderne scoret ret højt i de afsluttende kursusevalueringer. Som et eksempel kan det nævnes, at omkring 95% af alle studerende i de sidste fire år var meget enige eller enige om, at de lærer meget i kurset, samt at kurset er et godt kursus. Gennem en længere årrække har de studerende således fremhævet: klar struktur, hvor alt, hvad der forventes, er defineret på forhånd, gode kursusmaterialer, høje forventninger, fagligt dygtige undervisere, motiverende forelæsninger,

udfordrende gruppeopgaver og hjemmeopgaver, praktisk erfaring fra laboratorieøvelser og tilknyttet gruppearbejde, illustrative og forklarende video-tutorials (VT), samt dybt lidenskabelige, engagerede, tilgængelige og hjælpsomme hold af undervisere og hjælpelærere, som udviser en ægte interesse for, hvordan de studerende performer i kurset. Nogle få udsagn citeres nedenfor:

"Elektromagnetisme er et kursus, som er utrolig godt struktureret, og man får den opfattelse, at alting i kurset har en mening. Sammenhængen mellem øvelser, grupperegning og forelæsninger er suveræn, og især afleveringerne hjælper til den faglige forståelse."

"Jeg ville ønske, at alle kurser var så godt struktureret som dette. Det er bare så gennemført det hele. Det bedste kursus jeg har haft. Forelæsninger er højdepunktet på ens uge."

"Dynamiske og spændende forelæsninger, der motiverer dig til at lære mere."

"Det store udvalg af hjælpemuligheder (VTs, hjælpelærere, når der er brug for dem), samt forskellige opgaveformer."

"Et rigtig godt kursus. Meget krævende på nogle punkter, men også meget givende, når tingene endelig klikker."

"At blive motiveret til at følge kurset, og at gøre lidt mere end man sikkert ville have gjort i opgaver, der skulle afleveres."

"Uovertruffen kvalitet af uddannelse og forelæsninger. Desuden er alle altid villige til at hjælpe, hvis du kommer med spørgsmål vedrørende materialet, på en konstruktiv, hjælpsom og pædagogisk måde, så du reflekterer over svar på en oplysende måde, men ikke føler dig dum ved at stille spørgsmål. Til sidst laves der gode analogier med eksempler fra den virkelige verden, og man er heller ikke genert for at bringe humor ind i forelæsninger, som er et MEGET godt redskab til at holde de studerende aktive og lytte og ikke falde i søvn, især på de tidlige mandage."

Organisering og struktur af kurset

Kurset strækker sig over 13 uger i hvert efterårssemester. Forelæsninger afholdes mandag 8.30–10.00 og torsdag 13.00–15.00 (undertiden længere). Grupperegninger foregår mandag 10.00–12.00, mens de tilbudte en times hjemmeopgave-konsultationer foregår på seks udvalgte torsdage efter forelæsningen. Laboratorieøvelserne er hver på fire timer og udbydes uden for det sædvanlige kursusmodul. Med det store antal deltagere kræves i alt 6 fire timers sessioner for hver øvelse, der udføres i grupper på tre studerende, dvs. 18 fire timers sessioner i alt.

Alle relevante detaljer i forbindelse med forelæsninger, grupperegninger, hjemmeopgaver og laboratorieøvelser, fx siderne, som skal læses, datoer for hjemmeopgavekonsultationer og aflevering/returnering af hjemmeopgaver, findes inkluderet på en klar, skematisk form i et kort dokument, som udleveres i begyndelsen af kurset. Det faktum, at kursusindholdet er skitseret fra starten af, med alle tilhørende opgaver defineret på forhånd, er noget, som de studerende sætter stor pris på. Et godt planlagt kursus fjerner enhver usikkerhed hos studerende om, hvad der skal ske, og det letter indlæringsprocessen. Det demonstrerer også undervisernes alvortagen af kurset og de studerende.

Dokumentet indeholder også kursets læringsmål, kursusindhold, information om kursusmateriale, placering/tidspunkter for alle aktiviteter, evalueringsprocedure for kurset samt kontaktinformation for kursets personale. Især er vores meget høje forventninger til de studerendes indsats tydeligt angivet i dokumentet, samt vigtigheden af elektromagnetisme generelt. Det understreges, at der kræves en betydelig indsats for at lære og forstå elektromagnetisme, og at processen kræver ægte engagement og udholdenhed fra deres side. Det understreges også, at de til gengæld vil blive belønnet med en oplevelse, der i høj grad vil gavne deres fremtidige karriere, både som studerende på DTU, men også efterfølgende som færdiguddannet ingeniør. De studerende mindes ofte om, at et 10 ECTS-pointkursus på DTU kræver ca. 18 timers arbejdsindsats hver uge. En tidlig afklaring af forventninger er yderst vigtig, da den allervigtigste del af kurset netop er de studerendes egen indsats.

Forelæsninger – indhold og form

Forelæsningerne dækker følgende emner: elektrostatik (5), jævnstrøm (2), magnetostatik (4), tidsvarierende felter og Maxwells ligninger (3), plane elektromagnetiske bølger (4) og transmissionslinjer (4). Der er desuden en forelæsning afsat til henholdsvis kursusintroduktion, midtvejsevaluering, samt den endelige kursusevaluering og opsummering. Der gives også, som den anden forelæsning i kurset, et fire timers resumé af vektoranalysen. Forelæsningen er yderst velbesøgt, da de relevante matematiske koncepter ikke kun genopfriskes, men forklares ud fra et fysisk synspunkt. Sidstnævnte mangler ofte i forudsætningskurserne. For også at bringe industriel relevans til kurset, arrangeres en gæsteforelæsning i den sidste del af det. Vi inviterer en af de mange virksomheder, som arbejder med anvendt elektromagnetisme. Gæsteforelæsningen er motivationsskabende, og tydeliggør over for de studerende, hvorfor de skal lære alt det, vi har sat os som mål på kurset.

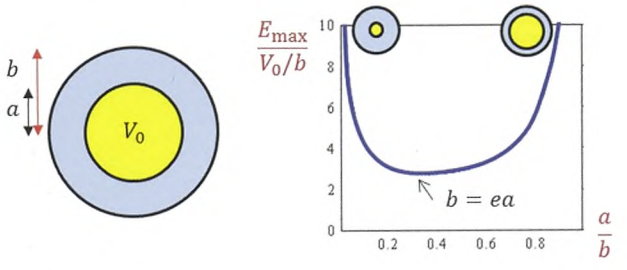
Forelæsningerne gives i form af Microsoft Power Point (PPT)-foredrag med alle relevante størrelser defineret og med klare figurer for at fange deres opmærksomhed. Foredragene understøttes med tavleundervisning, hvor detaljer gennemgås og mindre problemer løses, så alle kan følge med. Ofte gives der alternative udledninger og forklaringer på et givet problem. Stort set altid uddybes alle matematiske detaljer. Den meget vigtige fysiske forklaring gives ligeledes under processen og specifikt ved dens afslutning for yderligere at cementere forbindelsen mellem matematik og fysik, som er så afgørende i et emne som dette.

Som en illustration af fremgangsmåden, betragtes her et eksempel med design af et koaksialkabel, se figur 1a. Den indre leder har radius a, mens den ydre leder har radius b. Kablet skal kunne opretholde en spænding V_0 uden dielektrisk gennemslag. Opgaven består dermed i at bestemme de to radier, således at

det maksimale elektriske felt i det dielektriske materiale (blåt område) minimeres. Størrelsen af det maksimale elektriske felt, som er radiært rettet fra den indre til den ydre leder, kan let bestemmes til at være givet som:

$$E_{max} = \frac{V_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{a}, \qquad (1)$$

og viser sig at forekomme ved overfladen af den indre leder. Feltet er vist som funktion af a/b i figur 1b. Heraf følger det, at det maksimale felt minimeres, når $b = ea$, hvor e er Eulerkonstanten! Dette kommer som en overraskelse for mange. Kabeldimensionerne vælges ikke arbitrært, men er et resultat af elektromagnetiske beregninger, vi netop har tilegnet os viden om!



Figur 1. a: (tv) Koaksialkabel med spænding V_0 imellem dets ledere og b: (th) det tilhørende maksimale elektriske felt.

Et simpelt, men praktisk elektromagnetisk problem som dette inkluderer nemt de studerende i forelæsningen og giver grobund for mange fysiske forklaringer ved at stille dem spørgsmål som: Hvorfor er feltet maksimalt på overfladen af den indre leder i første omgang? Hvorfor stiger det maksimale felt for $a/b \to 0$ og $a/b \to 1$? Det er kendt, at overfladeladningstætheden er større på en leder med en større krumning. Af grænsebetingelsen, som siger, at den normale komposant af det elektriske felt er proportional med overfladeladningstætheden, følger det, at feltet er maksimalt på overfladen af den indre leder.

Så vidt så godt. Men hvorfor stiger feltet i regioner angivet i figur 1b? Når $a/b \to 0$ haves, i det væsentligste, et kabel, som er skitseret i figurens øverste venstre hjørne. Den indvendige leder har en meget stor krumningsradius og dermed en meget stor overfladeladningstæthed, som giver et meget stort felt. Derimod, når $a/b \to 1$, har vi et kabel skitseret i det øverste højre hjørne af figuren. Afstanden imellem den indre og den ydre leder er faldet markant. Det elektriske felt går derfor nødvendigvis op, eftersom dets linjeintegral over denne markant mindre afstand skal give den samme og konstante spænding V_0. Dette er et typisk eksempel på et problem, hvor fundamentale love let kommer til anvendelse, og hvor matematik og fysik illustreres gennem inklusion af studerende.

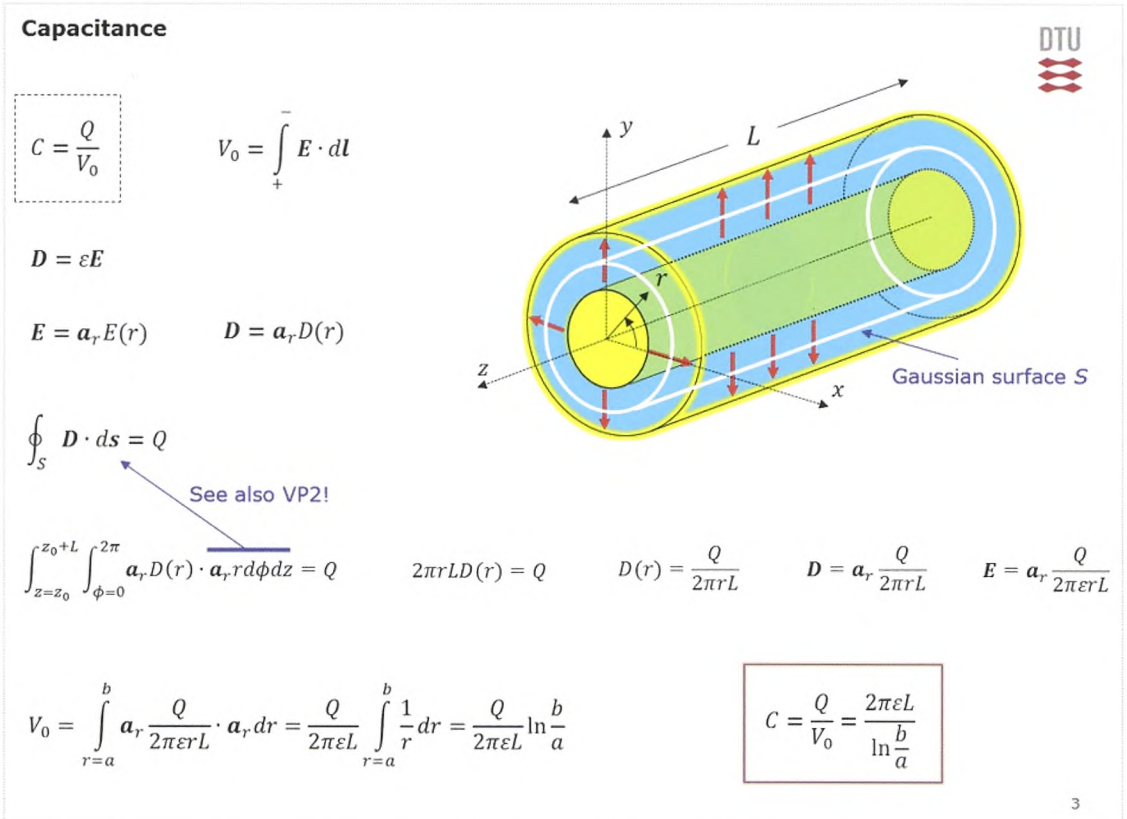
Forelæsningerne er ekstremt vigtige for de studerendes motivation. Under forelæsningerne kan de studerende blive inkluderet, og deres nysgerrighed kan udløses på mange måder, fx ved at bruge grundlæggende elektromagnetiske postulater til at forklare mindre kendte eller simpelthen glemte fakta om en række forskellige fænomener fra naturen og teknologier. Dog er udfordringen med at forstå fysikken i et givet problem, samt at udføre relevante matematiske manipuleringer, fortsat til stede grundet emnets abstrakte natur. Derfor understøttes forelæsningerne med udfordrende grupperegninger og hjemmeopgaver. For yderligere at støtte forelæsningerne har vi fornyligt udarbejdet en række kortere VTs med detaljerede, animerede, trin-for-trin-løsningsforslag til typiske problemer. Disse VTs supplerer på fornem vis forelæsningerne, og de har vist sig at være yderst populære blandt studerende.

Laboratorieøvelser

For at kaste yderligere lys over det ellers abstrakte emne, gennemføres tre laboratorieøvelser i kurset. Vi har bevidst valgt at fokusere på elektromagnetiske bølgefænomener. Til dette formål undersøges bølger på transmissionslinjer. I den første øvelse foretages adskillige målinger af indgangs- og udgangsspændinger under forskellige belastningsbetingelser for at forstå generering, udbredelse og refleksion af bølger på koaksialkabler og mikrostriplinjer. Målingerne udføres for forskellige frekvenser, der giver mulighed for at studere både kredsløbs- og bølgekoncepter. I den anden øvelse bliver studerende gjort bekendt med de såkaldte S-parametre for et mikrobølgenetværk. Der udføres målinger af disse for en række transmissionslinjer, og de lærer bl.a., hvorledes man bestemmer den såkaldte specifikke impedans af en ukendt transmissionslinje. I den tredje øvelse designes og måles praktiske tilpasningskredsløb som kvartbølgetransformatorer og enkeltstubtunere til at minimere refleksioner.

Gennem de tre øvelser får de studerende ikke kun indsigt i fysikken af transmissionslinjer og deres konstruktion, men også en betydelig praktisk erfaring med betjening af måleudstyr, som anvendes af enhver praktiserende mikrobølgeingeniør. Dette inkluderer bl.a. signalgeneratorer, oscilloskoper og netværksanalysatorer, for blot at nævne nogle få. Figur 2 viser et typisk målescenario under en øvelse i kurset.

Figur 2. En gruppe studerende udfører en af deres laboratorieøvelser.



Figur 3. En planche fra en VT, hvor kapacitansen af et koaksialkabel bestemmes.

Video-tutorials

Selvom de centrale elementer i et godt kursus er dets organisation og klare struktur, såvel som undervisernes faglige færdigheder og personligheder, kan både læringsudbytte og undervisningen klart gøres bedre gennem nøje udvalgte e-læringsværktøjer og aktiviteter. Derfor har vi i pædagogisk øjemed for nylig implementeret en række VTs, som inkluderer detaljerede, animerede, trin-for-trin-løsninger af typiske problemer på kurset. Den første udfordring i et givet problem er ofte at forstå, fx hvorfor feltet for en eller anden ladnings- eller strømfordeling kun har én bestemt komposant, og derefter hvorfor denne komposant kun afhænger af én given koordinat. Det er også vanskeligt for studerende at indse, at en retning af en given vektor (dets komposanter) ikke har noget at gøre med dens rumlige variation (dens afhængighed af koordinater). Den anden udfordring er at identificere passende love, der skal bruges i løsningen. Disse love anvender bl.a. linje-, overflade- og rumintegraler. En korrekt opstilling af integrationsgrænser og identificering af de infinitisimale længde-, overflade- og rumelementer for et givet problem volder som regel store problemer for ganske mange studerende. Alle disse udfordringer adresseres i detaljer i VTs, som består af animerede PPT-plancher. Funktionen Record Slide Show bruges til at tilføje stemme til plancherne. Musen kan bruges som en laser pointer. Hvis ens computer har touchskærm, kan en særlig pen benyttes til enten at markere vigtige formler eller tilføje ekstra tekst. Hvis der opstår en fejl i ens forklaring, behøver man ikke at genoptage hele præsentationen; planchen, hvor fejlen findes, kan blot optages igen. Når PPT-filen er færdig, med stemmen tilknyttet hver af plancherne, kan denne eksporteres som en wmv-videofil.

Der er udarbejdet 10 tutorials (ca. 110 min.) i elektrostatik (bestemmelse af elektriske felter/potentialer for typiske ladningsfordelinger, anvendelse af Gauss' lov, beregninger for kondensatorer og oplagret elektrisk energi, løsning af Laplaces ligning i rektangulære-, cirkulært cylindriske- og kuglekoordinater) og 10 tutorials (ca. 85 min.) i magnetostatik (bestemmelse af magnetiske felter for typiske strømfordelinger, anvendelser af Ampères lov, Biot-Savarts lov, beregninger af induktanser, magnetisk fluks, og oplagret magnetisk energi). Yderligere 10–15 VTs er under udarbejdelse. De vil omhandle Faradays induktionslov, tidsvarierende felter, plane bølger og transmissionslinjer, således at ethvert af kursets områder har sine egne illustrative VTs.

Et eksempel, hvor kapacitansen af et koaksialkabel bestemmes, ses i figur 3, hvor en af plancherne er vist. VTs har vist sig at være en fremragende støtte til de studerende i deres læringsproces. De giver dem mulighed for at bryde problemet i fordøjelige stykker, hvilket gør problemet mindre overvældende. Løsningen kan tilgås når som helst og i eget tempo. De studerende lærer ikke kun de nødvendige trin i en løsning af typiske problemer, men også rækkefølgen, trinnene skal tages i. VTs inkluderer også klare og iøjenfaldende figurer for bl.a. at lette visualisering af fx Gaussflader, cirkulationskonturer i Ampères lov, samt af felterne selv. Foruden fordelene på de studerendes side, bemærkes det, at VTs i høj grad også forbedrer den overordnede undervisningsproces. Under en forelæsning er det fx tilstrækkeligt kun at løse et enkelt typisk problem,

mens man blot kan henvise til VTs for andre lignende problemer eller for repetition af det netop viste. Den tid, der dermed spares så at sige, kan med fordel bruges på fx at uddybe andre vigtige aspekter i kurset og for at give feedback til studerende.

VTs fremhæves altid meget positivt i de afsluttende kursusevalueringer. I 2019-udgaven af kurset blev der udarbejdet et kort spørgeskema rettet særligt mod VTs. 15 studerende blev bedt om at besvare skemaet efter at have forsøgt sig med en bestemt opgaveløsning, med og uden konsultation af VTs. Alle viste sig at være meget enige eller enige om, at VTs generelt er gode til at vise dem vej til løsning og forståelse af det givne problem.

Grundet deres popularitet har vi oprettet en YouTube-kanal, hvor disse videoer gøres tilgængelige, ikke kun for egne studerende på kurset, men også for andre på både det nationale og internationale plan. Det planlægges, at kanalen også skal indeholde 5 længere videoforelæsninger (hver af ca. 30–45 min. varighed), der opsummerer de 5 kerneområder af elektromagnetismekurset. Det vil gøre indholdet på kanalen selvkonsistent og vil dermed også kunne være til nytte i efteruddannelsesøjemed. Kanalen vil også være med til at vække interessen blandt det brede publikum for det abstrakte, men nok så vigtige emne, som elektromagnetisme er. Linket til YouTube-kanalen, hvor de omtalte VTs findes, er givet i [6].

Litteratur

[1] J. Biggs og C. Tang (2011) Teaching For Quality Learning at University, 4, udg., Open University Press.

[2] D.K. Cheng (2013) Field and Wave Electromagnetics, Pearson New International Edition.

[3] D.J. Griffiths (2013) Introduction to Electrodynamics, Pearson International Edition.

[4] E.M. Purcell og D.J. Moring (2013) Electricity and Magnetism, 3. udg., Cambridge University Press.

[5] J.R. Reitz, F.J. Milford og R.W. Christy (2008) Foundations of Electromagnetic Theory, 4. udg., Addison-Wesley.

[6] www.youtube.com/channel/UCQDYwa-lHWVsFKIgGMw_lvQ/

Samel Arslanagić er lektor i anvendt elektromagnetisk feltteori ved DTU Elektro. Hans forskningsinteresser inkluderer bl.a. spredning og interaktion af elektromagnetiske bølger med komplekse materialestrukturer fra radio og op til optiske frekvenser. Han er modtager af DTUs Årets Underviserpris i 2018.

Nyt fra Dansk Fysisk Selskab

Dansk Fysisk Selskab
Danmarks landsdækkende forening for fysik

Årsmøde aflyst

2020 har været et temmeligt træls år! Dette gælder også for Dansk Fysisk Selskab (DFS), hvor vi i foråret først udskød og sidenhen helt måtte aflyse det traditionsrige årsmøde. Udover at tjene som et fællesskab, hvor vi sammen med andre fysikere i Danmark kan mødes og diskutere alt fra den nyeste forskning til de nyeste besparelser på uddannelse, så tjener årsmødet også det formål, at vi fra bestyrelsen kan kommunikere til vores medlemmer "hvordan tingene går" i DFS. Dette har jo desværre ikke været muligt i år,

Vi håbede til det sidste, at det ville blive muligt at afholde årsmødet i år. Men, efter først bare at have udskudt årsmødet tilbage i foråret, så måtte vi i slutningen af august erkende, at sådan ville den igangværende coronapandemi det ikke, og vi måtte modvilligt aflyse mødet. Vi fravalgte en "virtuel" version af årsmødet, da det direkte samvær og fællesskab er en nøgleingrediens i vores årsmøder, en ingrediens som ikke kan genskabes eller kompenseres for i et online-format. Men, DFS årsmødet vender stærkt tilbage i 2021!

Dansk Geofysik Forening Sammenlagt med DFS

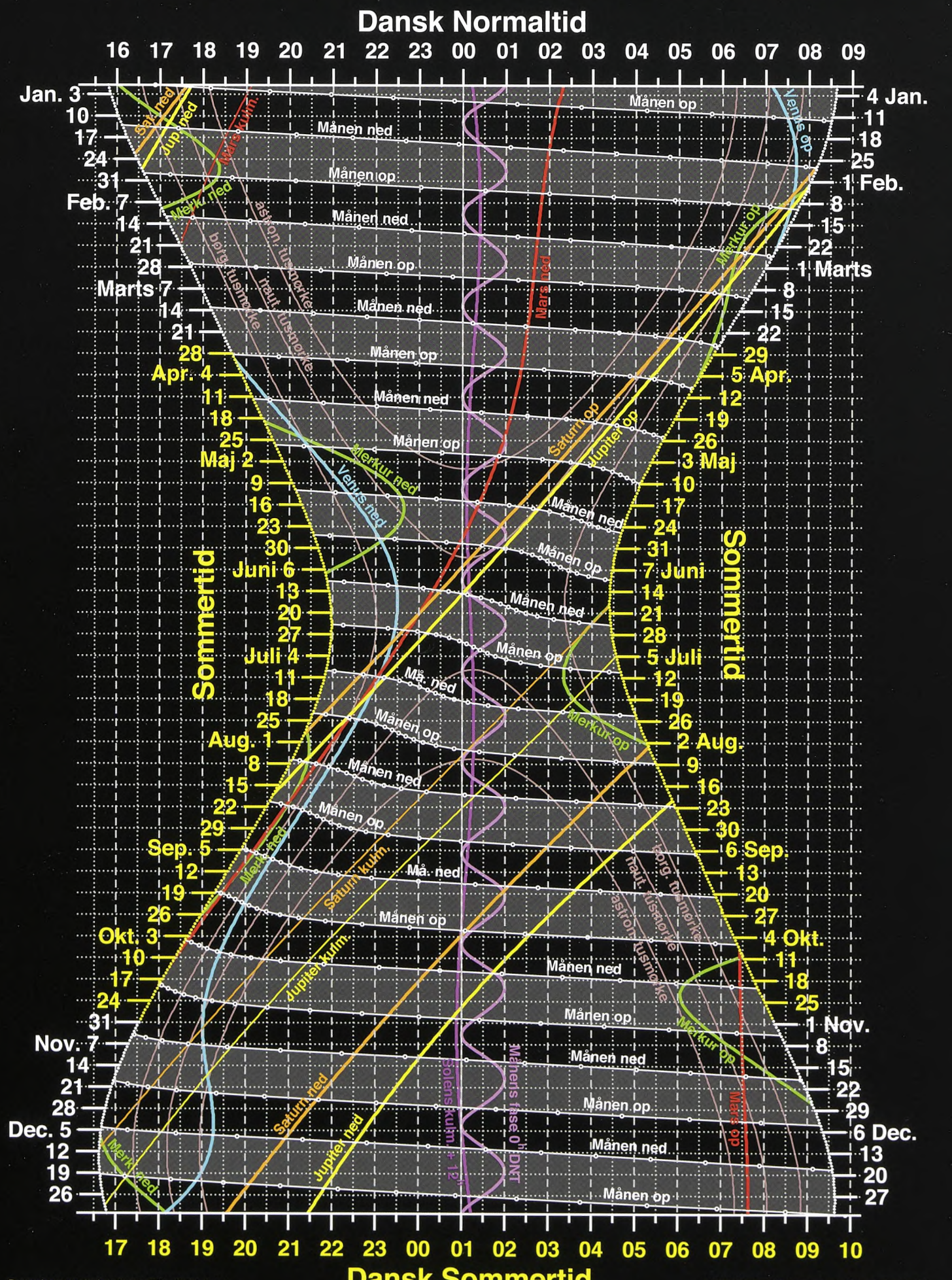
I 2019 besluttede generalforsamlingen i Dansk Geofysisk Forening at gå i gang med en sammenlægning med DFS, og sammenlægningen blev vedtaget af bestyrelsen for DFS i starten af 2020. Dansk Geofysisk Forening blev grundlagt i 1936 (af blandt andre Inge Lehmann) og har en lang og god historie som netværk for geofysikere. Sektionen for Geofysik, som det nu hedder, vil fortsætte som hidtil, så vi kan bære den historiske arv videre, og medlemmerne vil fortsætte med at modtage Kvant. Med DFS i ryggen kan medlemmerne i Sektionen for Geofysik se frem til flere arrangementer og ikke mindst deltagelse i DFS' årsmøde, som vi håber bliver muligt at afvikle til næste år! Vi glæder os til samarbejdet!

Medlemsregister

Et opdateret system til håndtering af medlemmer og ikke mindst opdaterede indmeldelsesprocedurer har i snart en del år stået højt på vores ønskeliste i DFS' bestyrelse. Med en snarlig pensionering af vores trofaste, omhyggelige og hårdtarbejdende registerfører, Bjarne Andresen fra NBI, blev dette projekt pludseligt lidt mere akut. Vi er i skrivende stund ved at overføre alle informationerne fra den efterhånden noget bedagede database og over til et nyt system, som blandt andet vil understøtte noget så moderne som indmelding og kontingentbetaling ved hjælp af kreditkort! I samme omgang vil vores hjemmeside også få en opdatering, og dermed blive bragt ind i det 21. århundrede!

Vi vil i denne forbindelse meget gerne fra både den siddende bestyrelses side, men også på vegne af de sidste mange bestyrelser og Selskabet som helhed, sige et stort MANGE TAK til Bjarne Andresen for hans utrættelige arbejde som DFS' registerfører.

Planetkalender for København 2021



Beregninger og design: Martin Götz, København

© 2020 Martin Götz, http://www.planetkalender.tk/

Varmehjælp til naboen
– breddeopgave 89 med didaktisk kommentar

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af Kvant var denne breddeopgave (nr. 89 i rækken her i Kvant):

Breddeopgave 89. Varmehjælp til naboen

I et dobbelthus, bestående af to ens sammenbyggede huse ved siden af hinanden, er det ene hus i en periode ubeboet med lukkede radiatorer. Alene ved samtidigt at måle temperaturerne, dels udendørs, dels indendørs i hvert af de to huse, kan det udregnes, hvor stor en del af varmeforbruget i det dobbelte hus, der går til opvarmning af det ubeboede hus. Hvordan?

Løsning

Vi kalder varmen leveret per tid af radiatorerne i det beboede hus for W. I en stationær situation modsvares den af summen af varmeafgivelsen per tid gennem væggene mellem dette hus og henholdsvis det ubeboede nabohus og de udendørs omgivelser:

$$W = K_i(T_b - T_u) + K_y(T_b - T_0). \tag{1}$$

Her er T_b og T_u temperaturerne indendørs i henholdsvis det beboede hus og det ubeboede hus, og T_0 er udendørstemperaturen i de to huses omgivelser. Konstanten K_i afhænger af arealet og isoleringen af den indre væg mellem de to huse, medens konstanten K_y afhænger af arealet og isoleringen af ydervæggen for det beboede hus.

Ser vi herefter på det ubeboede hus, kommer dets varmeforsyning per tid gennem væggen til det beboede hus. I en stationær situation modsvares den af varmeafgivelsen per tid fra dette hus til omgivelserne:

$$K_i(T_b - T_u) = K_y(T_u - T_0). \tag{2}$$

Da det ubeboede hus og det beboede hus er ens konstrueret, er konstanten K_y den samme som den, der optræder i ligning (1).

Andelen a af varmeforbruget i det dobbelte hus, der går til opvarmning af det ubeboede hus, fås da ved indsættelse af (2) i (1):

$$a = \frac{K_i(T_b - T_u)}{W} = \frac{K_y(T_u - T_0)}{K_y(T_u - T_0) + K_y(T_b - T_0)}. \tag{3}$$

Ved bortforkortning af K_y har vi altså:

$$a = \frac{(T_u - T_0)}{(T_u - T_0) + (T_b - T_0)}, \tag{4}$$

der viser, at a kan findes alene ved at måle de tre temperaturer.

Kommentar

Det fundne resultat i ligning (4) er ikke overraskende, hvis der fokuseres på varmetabene til omgivelserne fra det ubeboede hus i forhold til varmetabet til omgivelserne fra de to huse tilsammen. På grund af energibevarelse for det ubeboede hus, henholdsvis de to huse tilsammen, er dette forhold i en stationær situation det samme som forholdet mellem varmetilførslen til det ubeboede hus og fra radiatorerne til de to huse tilsammen. Både varmetabene til omgivelserne fra det ubeboede hus og varmetabet til omgivelserne fra de to huse tilsammen er proportionale med K_y. Forholdet imellem dem ses derfor umiddelbart at være givet ved ligning (4). Omvejen via K_i i ovenstående løsning af opgaven var derfor unødvendig.

Hvorfor da nævne omvejen? Jeg selv fulgte i første omgang omvejen, da jeg først løste opgaven. Først da jeg kendte formel (4), fik jeg øje på genvejen. Det er imidlertid ikke derfor, at jeg anfører omvejen; det er, fordi omvejen kontra genvejen for mig illustrerer forskellige slags tænkemåder i fysik, som jeg også har mødt i opgangen i etageejendommen, hvor jeg bor.

På et tidspunkt opererede vi med natlukning af varmen til hele opgangen. Ifølge termometret i min stue medførte det, at forskellen mellem indendørstemperaturen og udendørstemperaturen faldt ca. 10% i løbet af nattens 8 timer, for derefter i løbet af de næste 8 timer at stige til udgangspunktet. Det betyder, at varmeafgivelsen ud af ydervæggene formindskedes med ca. $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot$ (8 timer/24 timer) $\cdot 10\% \approx 3\%$, hvilket efter min mening var for lidt i forhold til besvær og ulemper. Men mine medbeboere i opgangen var ikke nemme at overbevise af mit overslag, som de tvivlede på rigtigheden af. Derimod følte de sig sikre på, at der blev sparet, når der blev lukket for det varme vand til radiatorerne om natten. Og de tænkte tilsyneladende, at min 3% vurdering var noget fysiker-fortænkthed. Kontrol af varmeforbruget ved varme-indgangen var

nemmere at acceptere end kontrol af varmeforbruget ved varme-udgangen.

Jeg tænker, at der er tale om et forholdsvist enkelt eksempel på forskellen mellem det, Martin Niss og jeg[1] har kaldt nomologiske kontra kausale ræsonnementer i fysik. Ved en nomologisk forklaring af et fænomen (ordet nomos er fra græsk og betyder regel eller lov) består forklaringen i at redegøre for, hvordan fænomenet er udtryk for gennemsætningen af et overordnet mønster eller en overordnet lovmæssighed under de foreliggende omstændigheder. Ved en kausal forklaring af et fænomen (ordet kausal er fra latin og betyder årsagsbestemt) består forklaringen i at redegøre for, hvad i de foreliggende omstændigheder, der forårsager fænomenet.

Mine medbeboere i opgangen tænkte på kausal vis på lukning og åbning af varmen ved varmekilden, hvorimod jeg på nomologisk vis via brug af energibevarelse flyttede fokus til varmedrænet ud gennem ydermurene. I min ovenstående opgavebesvarelse startede jeg med at tænke kausalt. Først kommer varmen ud af radiatorerne i det beboede hus, så går en del af varmestrømmen herfra ud gennem husets ydervægge og en anden del herfra ind i det ubeboede hus (ligning (1)). I det ubeboede hus strømmer varmen herefter ud af dets ydervægge (ligning (2)). Men jeg kunne også, som nævnt, have tænkt nomologisk, ved fra begyndelsen at flytte fokus til de to huses ydervægge, uden at indføre mellemregninger med K_i.

Det forekom sværere for både mine medbeboere i min opgang og mig at ræsonnere nomologisk fremfor at ræsonnere kausalt. For de fleste forekommer nomologiske forklaringer i det hele taget mere abstrakte end kausale forklaringer. Og derfor vanskeligere at forstå. Skal man da forsøge at undgå dem i fysikundervisning? Nej, det synes jeg ikke. Dels er der fænomener, der ikke lader sig forklare andet end nomologisk. Dels, fordi netop demonstrationen af nomologiske forklaringer er et tilbud, som specielt faget fysik er særlig leveringsdygtigt i. Det er, frem for andre fag, først og fremmest i fysik, at der kan sættes fokus på, at det at forstå ikke kun er et spørgsmål om at kende til mekanismer, men også at indse lovbundetheder. Og den indsigt har betydning for såvel elevers og studerendes kognitive udvikling, som for deres omverdensforståelse og deres selvforståelse. Og når fysikere fx undertiden har held til at medvirke ved udviklingen af ikke blot ingeniørfag, men også fag som biologi og økonomi, skyldes det formentlig netop træning i at trække pointer ud af komplekse sammenhænge ved at abstrahere til enklere og kendte matematiske mønstre. Der er således grunde til at fastholde, at universitetsundervisning i fysik udover at introducere de studerende til fagets emner i høj grad også handler om at lære dem at "tænke som fysikere".

Men det er vigtigt, at såvel fysikunderviserne som deres elever eller studerende er opmærksomme på, at det måske også netop er de nomologiske forklaringer, der gør fysik til et svært fag.

Breddeopgave 90. Gammakvant i tyngdefelt

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave til breddekurset på RUC (fra den indledende samling af opgaver til kurset, nr. 90 i rækken her i Kvant):

Ved forsøg med emission af γ-kvanter fra kerner og påfølgende absorption i kerner af samme slags er der konstateret forskellige resultater, når henholdsvis kilde og absorber befinder sig lodret over hinanden, og når de befinder sig i samme vandrette plan. Forklar dette forhold.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.

Generalforsamlinger i SNU og DFS

SNU indkalder til generalforsamling, som afholdes den 24. marts 2021 med denne dagsorden:

1. Præsidentens beretning for 2020.
2. Godkendelse af regnskab for 2020.
3. Fastlæggelse af budget for 2021.
4. Beslutning om kontingent 2022.
5. Valg af medlem til direktionen.
6. Valg af revisor.
7. Eventuelt.

Bestyrelsen for **DFS** vil snarest indkalde til generalforsamling, der forventes at foregå via Zoom eller lignende.

Ørsted-øl

Tilhørerne til SNUs foredrag har i efterårt kunnet nyde en særlig øl, der er brygget i anledning af 200-året for elektromagnetismen. Ørsted var den første, der ekstraherede alkaloidet piperine fra peber, og derfor har Husbryggeriet Jacobsen i samarbejde med Carlsberg Laboratorium fremstillet en Ørsted-øl, hvor de har kombineret hvid og rosa peber med malt fra Langeland (hvor H.C. Ørsted blev født).

Øllen er brygget med brug af to forskellige overgær, idet øllet i 1820'erne var overgæret og med flere gærstammer. Øllet er desuden tilsat to specielle humlesorter, som har peberduft.

Husbryggeriet Jacobsens version af Ørsted-øllen kan fås i udvalgte barer og restauranter.

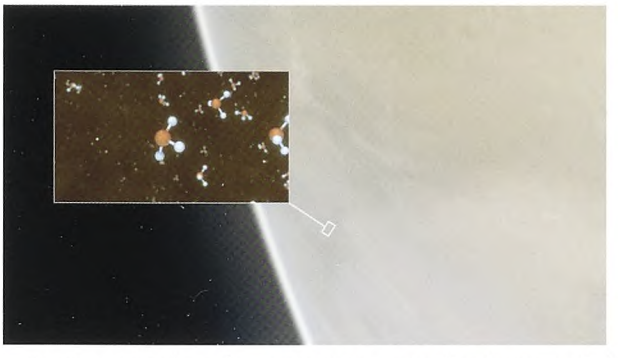
[1] En nyere artikel herom fra vores hånd er "Nomological Versus Causal Reasoning When Learning Physics", som kan findes ved at google "IMFUFA tekster" og gå til tekst 511, side 168. Se også Kvant, bind 16, nr. 2, side 21 (maj 2005).

Kvant-nyheder

Christine Pepke Gunnarsson, Kvant

Liv på Venus?

ASTROBIOLOGI. Når vi taler om liv andre steder i solsystemet, er det normalt om planeten Mars, da den er den oplagte kandidat pga. dens ligheder med Jorden. Nu har forskere fra Cardiff Universitet fundet molekylet fosfin PH_3 i skyerne på Venus, og det får dem til at overveje, om der er mulighed for liv på den ellers så ubeboelige planet. På Jorden dannes den giftige gas fosfin nemlig af mikrober, der lever i anaerobe miljøer (uden ilt), og da vi kun kender dannelsen af fosfin derfra (udover fra industriel fremstilling), er fundet af fosfin en mulig indikation af liv i form af mikrober på Venus. Venus er ellers ikke en planet, der bliver forbundet med liv, som vi kender det på Jorden. Gennemsnitstemperaturen på overfladen af Venus er 464°C, og trykket er 91 atmosfære, hvilket er ekstremt højt og svarer til et tryk ca. 1 km under havet på Jorden. Venus' atmosfære består af 96% CO_2 og er fyldt med svovlskyer. Det er svært at udforske Venus pga. de ekstreme forhold, og rumfartøjer, der er landet på overfladen, har kun overlevet i et par timer. Derfor er en indikation af liv på Venus ekstra interessant.



Astronomer har før overvejet, om der kunne eksistere mikrober i Venus' skyer, da skyerne, selvom de indeholder meget syre, ikke er brændende varme som overfladen. I en højde af ca. 50 km over overfladen er temperaturen i skyerne ca. 30°C, og trykket minder mere om Jordens atmosfære. Derfor giver det mening, at der kunne være liv her.

Forskerne måler fosfin med spektroskopi. De anvendte først James Clerk Maxwell-teleskopet på Hawaii og så på absorptionsspekteret fra Venus. Når stråling passerer gennem Venus' atmosfære, vil molekyler og atomer i atmosfæren absorbere noget af strålingen ved bølgelængder, der svarer til energiovergange i molekylerne/atomerne. Absorptionsspektrene er en slags fingeraftryk for molekylerne, da man ud fra hvilke bølgelængder, der absorberes, kan se hvilke molekyler, der er til stede i atmosfæren. I Venus' atmosfære var der en absorption af stråling ved en af bølgelængderne svarende til fosfin. Herefter brugte de det mere følsomme ALMA-teleskop i Chile til at bekræfte målingen.

Fosfinmolekyler bliver hurtigt nedbrudt af UV-stråling fra Solen, så når man kan måle fosfin i Venus' atmosfære, må det betyde, at er processer til stede på Venus, der stadig danner det. Forskerne har målt en fosfinkoncentration på 20 ppb (20 molekyler pr. milliard), hvilket måske lyder af lidt, men er 1000 gange højere end koncentrationen her på Jorden. De har herefter udregnet, hvor meget fosfin, der kunne produceres naturligt på Venus ved at undersøge fotokemiske og geokemiske reaktioner samt lyn og partikler fra Solen som en kilde til fosfindannelse. De har desuden overvejet meteornedslag fra meteorer indeholdende fosfor. Dog kan alle disse processer til sammen ikke forklare hele mængden af den målte fosfin, og derfor har man foreslået, at der kan være tale om mikrober, der producerer resten af den målte fosfin.

Venus har været mere beboelig for milliarder af år siden, da der dengang var et køligere klima og endda oceaner på overfladen. Det er også muligt, at der engang har været liv på Venus. Men efter at drivhuseffekten på Venus løb løbsk, har den ekstreme globale opvarmning fordampet havene og øget overfladetemperaturen.

Forskerne nævner dog, at det stadig er usikkert, om der er liv i form af mikrober på Venus, da det er muligt, at fosfindannelsen kan forklares ud fra endnu ukendte fotokemiske eller geokemiske reaktioner. Desuden målte de kun fosfin ved én bølgelængde i absorptionsspekteret, og teorien ville stå stærkere, hvis der havde været flere absorberede bølgelængder i spekteret svarende til andre energiovergange i fosfinmolekylerne. Der er derfor brug for flere undersøgelser til endelig at bekræfte, at der er tale om fosfindannende mekanismer. Allerede nu har både NASA og ESA planlagt missioner til Venus, der bl.a. skal undersøge og tage prøver fra atmosfæren samt kortlægge overfladen, og derudover vil det lille amerikanske firma Rocket Lab til Venus netop for at lede efter liv, så måske kan de missioner hjælpe os med at forstå fosfindannelsen.

Det skal nævnes, at forskere fra MIT faktisk har undersøgt, hvordan mikrober kunne overleve i Venus' skyer ved at skærme sig selv i dråber. Deres forskning (se kilde) blev udgivet en måned inden, at fosfinmålingen blev offentliggjort.

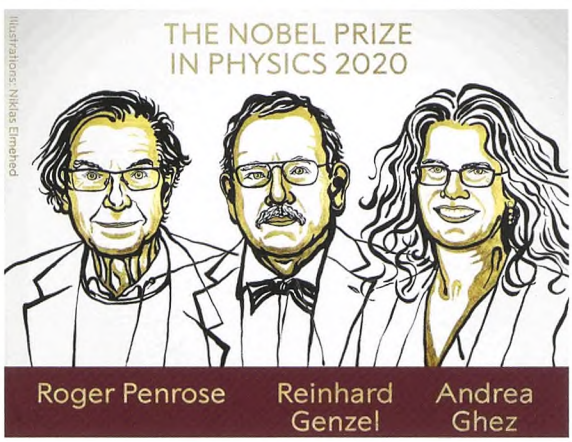
Målingerne er dog siden blevet kritiseret, da der er meget støj i datasætter og forskere fra Glasgow Universitet mener, at det er mere sandsynligt, at fosfinproduktionen skyldes en endnu ukendt kemisk reaktion. Vi ved meget lidt om Venus' kemi, og kan derfor ikke antage, at den samme kendte kemi finder sted på både Jorden og Venus, hvilket Cardiffforskernes argument bygger på. Cardiffgruppen har efter kritikken analyseret deres data igen og fundet en kalibreringsfejl, som gav meget støj. Det viste sig, at fosfinkoncentrationen var syv gange mindre end først antaget. De kendte kemiske processer på Venus kan dog stadig ikke forklare den målte fosfinkoncentration, men forskerne har nu erkendt at fosfinsignalet også kunne stamme fra

svovldioxid (SO_2), da en af absorptionslinjerne af SO_2 kan overlappe med den målte fosfinlinje.

Kilde: J.S. Greaves m.fl. (2020) Phosphine gas in the cloud decks of Venus, *Nat.Astron.* og S. Seager m.fl. (2020) The Venusian Lower Atmosphere Haze as a Depot for Desiccated Microbial Life: A Proposed Life Cycle for Persistence of the Venusian Aerial Biosphere, *Astrobiology*.

Nobelprisen i fysik 2020

ASTROFYSIK. Nobelprisen i fysik gik i år til Roger Penrose (Oxford Universitet), Reinhard Genzel (Max Planck-instituttet og Berkeley Universitet) og Andrea Ghez (Los Angeles Universitet) for deres forskning i sorte huller. Penrose får halvdelen af prisen for opdagelsen af, at sorte huller er en direkte konsekvens af generel relativitetsteori, mens Genzel og Ghez deler den anden halvdel for opdagelsen af et usynligt og ekstremt tungt objekt i midten af Mælkevejen, hvis eneste forklaring er et supermassivt sort hul. Ghez er den fjerde kvinde, der får Nobelprisen i fysik.

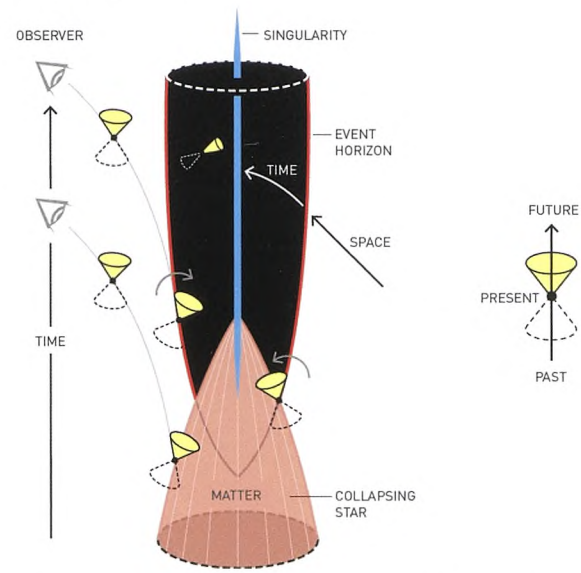


Einstein troede ikke selv på eksistensen af sorte huller, men i 1965 (10 år efter Einsteins død) beviste Penrose, at dannelsen af sorte huller er en forudsigelse fra Einsteins generelle relativitetsteori. Når en tung stjerne løber tør for fusionsmateriale og ikke længere kan opretholde et strålingstryk udadtil, kollapser den under sin egen tyngdekraft i en supernovaeksplosion, og der kan dannes et sort hul af stjerneresterne. Et sort hul har så høj densitet, at dets tyngdefelt opsluger alt, selv lys, der kommer inden for en bestemt radius af det sorte hul, kaldet begivenhedshorisonten.

Einsteins generelle relativitetsteori beskriver tyngdekraften som en fortolkning af rumtidens krumning; et meget tungt objekt krummer rumtiden meget og vil påvirke omgivelserne med et stort tyngdefelt. Desuden vil tiden gå langsommere tæt på objektet. Penrose beskrev, hvordan der i midten af det sorte hul er en singularitet i rumtiden, hvor rumtidens krumning går mod uendelig, dvs. at det lille stykke rum er afskåret fra omgivelserne, og at tiden i dette stykke ender. I singulariteten bryder alle fysikkens love desuden sammen.

For at beskrive rumtidssingulariteten og dannelsen af sorte huller måtte Penrose skabe nye matematiske værktøjer. Det siges, at han fandt løsningen under en gåtur med en kollega ved Birkbeck College i London, hvor han var ansat. Løsningen var de såkaldte lukkede overflader (trapped surfaces), som er overflader, der tvinger alle lysstråler til at pege mod et center, lige meget om overfladen er sfærisk eller krummer indad eller udad. Når der opstår en lukket overflade, vil det altid føre til dannelsen af et sort hul. Ved at bruge de lukkede overflader kunne Penrose vise, at et sort hul har en singularitet, hvor rum og tid ender.

Penrose viste, at sorte huller er en forudsigelse af generel relativitetsteori, men for at beskrive, hvad der sker inde i singulariteten i det sorte hul, er der brug for en teori, der forener relativitetsteori og kvantefysik, hvilket flere forskere og også Penrose arbejder på. Penrose arbejdede i mange år sammen med Stephen Hawking, der døde i 2018, og det er muligt, at hvis Hawking havde været i live i dag, havde han og Penrose delt Nobelprisen.



Fysikerne Genzel og Ghez har siden 1990'erne arbejdet i to forskellige og konkurrerende grupper på at observere banerne af de klareste stjerner i et område kaldet Sagittarius A* i midten af Mælkevejen. Begge grupper fandt ud af, at der måtte eksistere et ekstremt tungt og usynligt objekt, som påvirker stjernerne med dets tyngdefelt. Alle stjerner i vores galakse kredser omkring Sagittarius A*, men de stjerner, der er tættest på, bevæger sig rundt i dansende bevægelser med enorme hastigheder. Uden for området bevæger stjernerne sig i deres normale elliptiske kredsløb. Ved at se på, hvordan objektets tyngdekraft påvirker stjernernes kredsløb, kunne Genzel og Ghez bestemme objektets egenskaber. Begge grupper beregnede objektets masse til at være 4 millioner gange Solens, mens det kun fylder et område mindre end vores solsystem. Den eneste kendte kandidat til sådan et objekt er et supermassivt sort hul.

Både Genzels og Ghez' grupper har brugt lang tid på at udvikle metoder til at se gennem skyerne af interstellart gas og støv for at kunne observere stjernerne omkring det sorte hul i Mælkevejens center. Fra Jorden er det svært at se gennem de interstellare gasskyer, da de slører og forvrænger lyset fra Sagittarius A*. Desuden påvirker Jordens atmosfære også observationerne. En del af Genzels og Ghez' arbejde har været at udvikle optik og digitale lyssensorer til at forbedre billedeopløsningen og korrigere de slørede billeder.

Genzel brugte først New Technology Telescope i Chile og derefter Very Large Telescope (VLT), også i Chile. VLT er et af de bedste teleskoper i verden med spejle med en diameter på over 8 m. Imens brugte Ghez Keck-observatoriet på Hawaii; dette teleskops spejle er næsten 10 m i diameter og blandt de største i verden.

Genzel og Ghez har i næsten 30 år observeret de samme stjerners kredsløb for at kunne beskrive det supermassive sorte hul i Sagittarius A*. Fx stjernen S2, som er blevet observeret siden 1992 i dens bane omkring Sagittarius A*. Her observerede de i kredsløbet på næsten 16 år, at når S2 kom tættest på det sorte hul i Sagittarius A*, var afstanden mellem dem kun 17 lystimer, og S2's radiale hastighed voksede drastisk, mens hastigheden faldt igen, når S2 bevægede sig væk fra Sagittarius A*. (Den radiale hastighed er den komponent af stjernens hastighed, som er i vores synsfelt).

Selvom de to grupper længe konkurrerede mod hinanden, viste det sig, at de langvarige og detaljerede observationer stemte overens, og deres forskning har bevist, at der i midten af vores galakse er et supermassivt sort hul. Det bliver måske snart muligt at få et billede af det sorte hul i Sagittarius A*, det lykkedes i hvert fald sidste år Event Horizon Telescope at tage det første billede af (begivenhedshorisonten af) et sort hul.

Kilde: Nobelprize.org

Kommende foredrag

Dato	Tid	Foredragstitel	Foredragsholder	Forening
Jan 2021				
18/1	19.30	Om vacciner	Peter Lawætz Andersen	SNU
Feb 2021				
8/2	19.30	Kan voldsomme klimaforandringer forudsiges?	Peter Ditlevsen	SNU
10/2	18.15	Stjernernes sang og planeternes dans (asteroseismologi og exoplaneter)	Hans Kjeldsen	AS (Kbh)
17/2	19.45	Stjernernes sang og planeternes dans (asteroseismologi og exoplaneter)	Hans Kjeldsen	AS (Aarh)
17/2	18.15	Kæmpelyn set fra rummet (rumobservatoriet ASIM)	Torsten Neubert	AS (Kbh)
24/2	19.45	Kæmpelyn set fra rummet (rumobservatoriet ASIM)	Torsten Neubert	AS (Aarh)
24/2	18.15	Titan – et tidsforskudt billede af Jordens oprindelse og udvikling	Jens Olaf Pepke Pedersen	AS (Kbh)
Mrs 2021				
1/3	19.30	Om pandemier	Kim Sneppen og Lone Simonsen	SNU
3/3	19.45	Titan – et tidsforskudt billede af Jordens oprindelse og udvikling	Jens Olaf Pepke Pedersen	AS (Aarh)
3/3	18.15	Det tidligste billede af Universet	Thomas Tram	AS (Kbh)
10/3	19.45	Det tidligste billede af Universet	Thomas Tram	AS (Aarh)
10/3	18.15	Gammaglimt: Universets sankthansorme	Johan Peter Uldall Fynbo	AS (Kbh)
17/3	19.45	Gammaglimt: Universets sankthansorme	Johan Peter Uldall Fynbo	AS (Aarh)
22/3	19.30	Molekylær modellering Efter foredraget er der generalforsamling	Birgit Schiøtt	SNU
Apr 2021				
12/4	19.30	Om modeller for galaksedannelser Efter foredraget er der uddeling af en Ørsted-grundskolelærermedalje	NN	SNU

AS (Kbh): Astronomisk Selskab (Kbh), City Campus, Københavns Universitet, (astronomisk.dk).
AS (Aarh): Astronomisk Selskab (Aarh), Matematisk Institut, AU, Ny Munkegade 118, Bygn. 1530, 8000 Aarhus C.
Astronomisk Selskab har også arrangementer i Kosmosklubben (astronomi for børn mellem 4 og 12 år), se kosmosklubben.dk, samt i Astronomisk Ungdom (astronomi for unge mellem 12 og 18 år), se astronomisk-ungdom.dk.
Wieth-Knudsen Observatoriet, Margot Nyholms Vej 1, 3220 Tisvildeleje, har åbent hus-arrangementer med gratis adgang to lørdage om måneden, se astronomisk.dk/wieth-knudsen-observatoriet.
SNU: Aud. 1, H. C. Ørsted Instituttet, Universitetsparken 5, 2100 København Ø (naturlæren.dk, facebook.com/SNU1824).

Ørstedmedalje i guld til Charles Marcus

Selskabet for Naturlærens Udbredelse (SNU) har tildelt H.C. Ørstedmedaljen i guld til professor Charles M. Marcus. Guldmedaljen blev overrakt ved en ceremoni på Glyptoteket den 27. november 2020 af Hendes Majestæt Dronningen.

Charles Marcus' forskningsfelt er kvanteelektronik, og hans forskning bringer verden tættere på anvendt kvanteteknologi, som kan blive lige så revolutionerende som H.C. Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen for 200 år siden. Med sine banebrydende eksperimenter gennem 30 år har han spillet en helt central rolle i udviklingen af feltet, som i dag er i rivende udvikling hen imod egentlige kvanteteknologier, hvor kvantemekanikken kan tøjles og udnyttes i kvantecomputere.

En kvantecomputer vil beregne efter andre principper end traditionelle computere og vil derfor kunne løse bestemte komplekse problemstillinger meget hurtigere, end det er muligt i dag. Potentialet er så stort, at det er svært fuldt ud at begribe mulighederne, men fx vil kvantecomputere kunne simulere store og komplekse molekyler, hvilket muliggør, at fx medicin og vacciner kan designes gennem simulation i stedet for gennem opdagelse. Kvanteforstærkede simuleringer kan også hjælpe i jagten på nye materialer med eftertragtede egenskaber. Et eksempel er at finde et materiale, der er superledende ved stuetemperatur, så det modstandsfrit kan transportere strøm og derved undgå det strømtab, der sker i vores ledninger i dag.

Bygger kvantecomputer

Charles Marcus står også i spidsen for et bemærkelsesværdigt samarbejde mellem Københavns Universitet og Microsoft, som i partnerskab har sat sig for at fremstille en topologisk kvantecomputer. Samarbejdet viser Charles Marcus' moderne tilgang til forskning. Han har indset, at den videre teknologiske udvikling kræver et økonomisk og teknologisk engagement fra en stor virksomhed som Microsoft og den videnskabelige ekspertise fra universitetet.

Charles Marcus er født i Pittsburgh, Pennsylvania, voksede op i Sonoma, Californien, og har en ph.d. i fysik fra Harvard University. Efter otte års ansættelse på Stanford University vendte han tilbage til Harvard som professor. Efter et sabbatophold i København i 2010 forlod Charles Marcus Harvard og flyttede til Danmark med sin familie for at blive den første Villum Kann Rasmussen-professor, sponseret af Villum Fonden, og for at starte Center for Kvanteelektronik på Niels Bohr Institutet. Centret er vokset og er i dag en kapacitet, der, også takket være kolleger inden for relaterede kvanteforskningsområder, har givet Danmark et markant aftryk på det kvanteteknologiske landkort. Centret har opbygget en særlig status inden for udforskningen af kvantemekanikken og dens anvendelser på elektroniske kredsløb, som trækker tråde tilbage til den kvantefysiske guldalder, som Niels Bohr foranledigede ved instituttets tilblivelse.

SNU's præsident Dorte Olesen, Charles M. Marcus og Dronning Margrethe. Ved talerstolen står professor Mogens Høgh Jensen, der motiverede uddelingen af medaljen. Foto: SNU / Videnskabernes Selskab / Lars Svankjær.

Charles Marcus' mange eksperimenter har spillet en nøglerolle i udviklingen af den teknik, som det kræver at manipulere kvantefysiske tilstande i faste stoffer på enkelt-elektronniveau. Igennem årene har hans videnskab drevet en rivende eksperimentel udvikling af alle de teknikker, som det kræver dels at fremstille prøver med komplekse halvlederkredsløb med nanometeropløsning og dels at udføre målinger ved blot få hundrededele af en grad over det absolutte nulpunkt.

Charles Marcus har trænet en lang række af de fysikere, som kommer til at udgøre den næste generation af internationale topforskere, og han har ydet en kæmpe indsats for at forklare såvel den videnskabelige som den almindelige befolkning, hvilke enorme perspektiver dette felt har. Det har han blandt andet gjort gennem et meget travlt foredragsprogram. Han har en særlig evne til at fange sine tilhørere med sit på samme tid billedrige og præcise sprog, hvilket givetvis har været medvirkende til, at kvantemekanik og det nye felt kvanteteknologi har vundet stor interesse i Danmark og internationalt.

SNU's H.C. Ørstedmedalje i guld gives for fremragende videnskabelige arbejder inden for fysikkens og kemiens områder. Medaljen kan gives til forskere, der arbejder i Danmark, og er hidtil tildelt 18 forskere siden 1909, heriblandt to Nobelpristagere, Niels Bohr (1924) og Aage Bohr (1970).

Guldmedaljen og et tilhørende rejselegat på 75.000 kr. er muliggjort med støtte fra energiselskabet Ørsted, mens overrækkelsesceremonien er arrangeret med støtte fra Carlsbergs Mindelegat for Brygger J.C. Jacobsen.